

勤学 / 修德 / 明辨 / 笃实



用MATLAB程序 解决双枝节匹配问题

汇报人：胡东东

双枝节匹配问题描述

在微波传输线中，当终端负载阻抗 Z_L 与传输线特性阻抗 Z_c 不相等时，会产生反射波，造成功率损失和信号失真。通过在传输线上恰当位置并联可调短路（或开路）枝节，可以实现阻抗匹配——即消除反射、使主传输线呈行波状态。

双枝节匹配结构

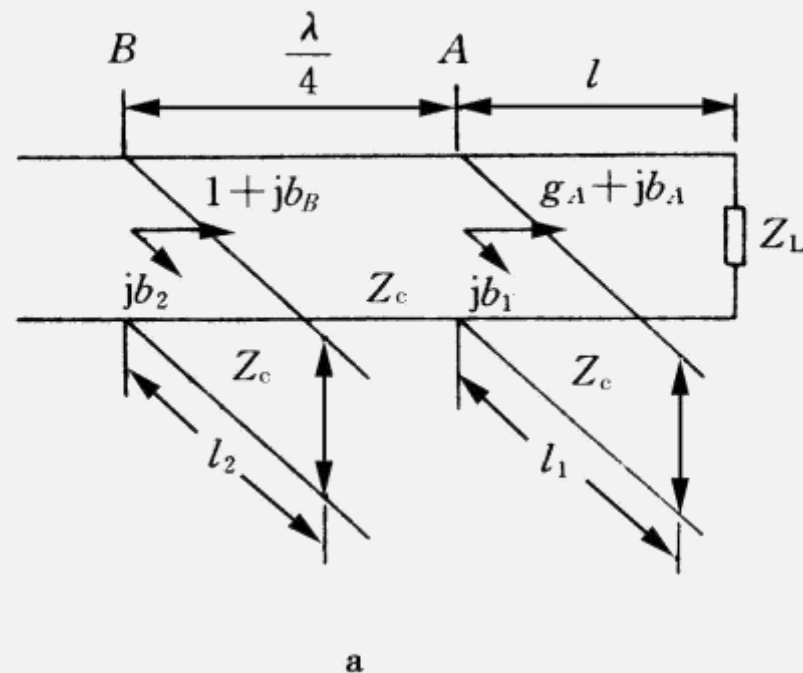
- 在负载前方距离 d_1 处并联第一个枝节，长度为 l_1
- 再间隔 d_2 处并联第二个枝节，长度为 l_2
- 枝节终端通常为短路或开路，提供纯电纳

已知条件

- 传输线特性阻抗 Z_c ，负载阻抗 Z_L
- 枝节类型（短路 / 开路）
- d_1 、 d_2 （常用 $\lambda/8$ 或 $\lambda/4$ 的倍数形式，直接用电长度表示）

求解目标

- (1) 编写 MATLAB 程序计算两个枝节的电长度 l_1/λ 、 l_2/λ ，使负载匹配；
- (2) 同时判断是否存在盲区——即方程无实数解的情况。



双枝节匹配步骤

归一化导纳: $y_L = g_L + jb_L = \frac{Z_0}{Z_L}$

传输线无耗导纳变换: $y_{in} = \frac{y_L + j \tan \theta}{1 + jy_L \tan \theta}, \theta = kd = 2\pi \cdot \frac{d}{\lambda}$

负载导纳经长度为 d_1 的传输线变换后: $y_1 = g_1 + jb_1 = \frac{y_L + j \tan \theta_1}{1 + jy_L \tan \theta_1}$

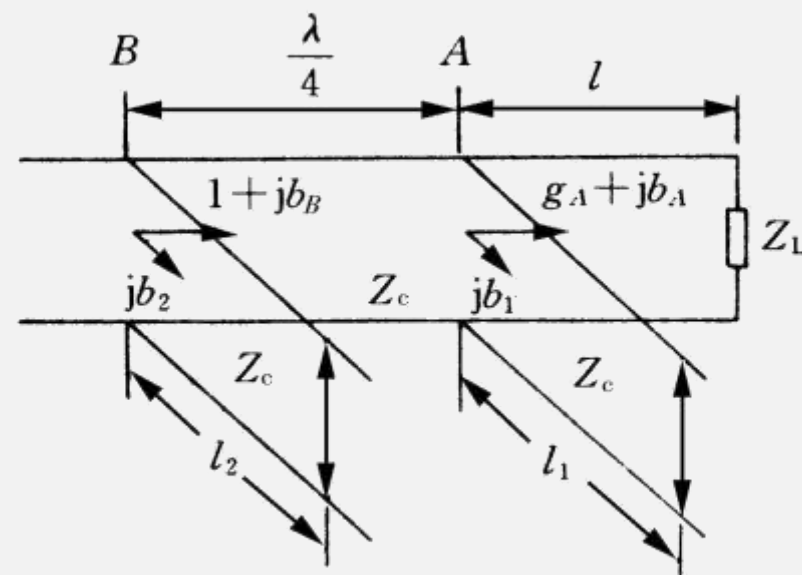
并联第一枝节 (提供纯电纳 b_{s1}): $y'_1 = g_1 + j(b_1 + b_{s1}) = g_1 + jb'_1$

再经长度 d_2 的传输线变换后: $y_2 = g_2 + jb_2 = \frac{y'_1 + j \tan \theta_2}{1 + jy'_1 \tan \theta_2}$

并联第二枝节 (提供纯电纳 b_{s2}): $y'_2 = g_2 + j(b_2 + b_{s2})$

要求实现阻抗匹配, 要求: $y'_2 = g_2 + j(b_2 + b_{s2}) = 1 + j0$

则要求 $g_2 = 1$, 且 $b_{s2} = -b_2$



a

关键方程推导

在微波将 $y'_1 = g_1 + jb'_1$ 代入传输线公式，取实部等于 1: $g_2 = \frac{g_1(1+\tan^2 \theta_2)}{(1-b'_1 \tan \theta_2)^2 + (g_1 \tan \theta_2)^2} = 1$

令 $t_2 = \tan \theta_2$ ，整理得: $\boxed{(1 - b'_1 t_2)^2 = g_1(1 + t_2^2 - g_1 t_2^2)}$ (★)

这是关于 b'_1 的二次方程

只要右边 ≥ 0 ，即可解出两个实数 b'_1 (对应两组解)

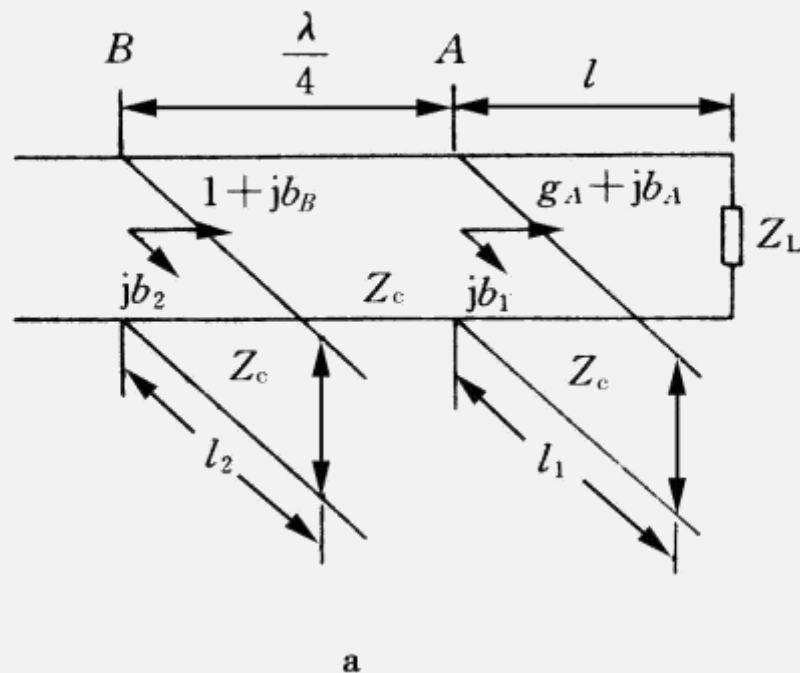
代入 $b_{s1} = b'_1 - b_1$ ，再求 b_{s2} ，最后将电纳换算为枝节长度

盲区条件

方程 (★) 有实数解的充要条件为判别式 ≥ 0 ，即 $g_1(1 + t_2^2 - g_1 t_2^2) \geq 0$

由于 $g_1 > 0$ ，等价于 $g_1 \leq \frac{1+t_2^2}{t_2^2} = 1 + \frac{1}{t_2^2} = \csc^2 \theta_2$

盲区定义：当 $g_1 > \csc^2 \theta_2$ 时，无论怎样调第一枝节，都无法使 $g_2 = 1$ ，即匹配失败



从电纳到枝节长度

短路枝节 ($y_{\text{stub}} = -j \cot \theta$)

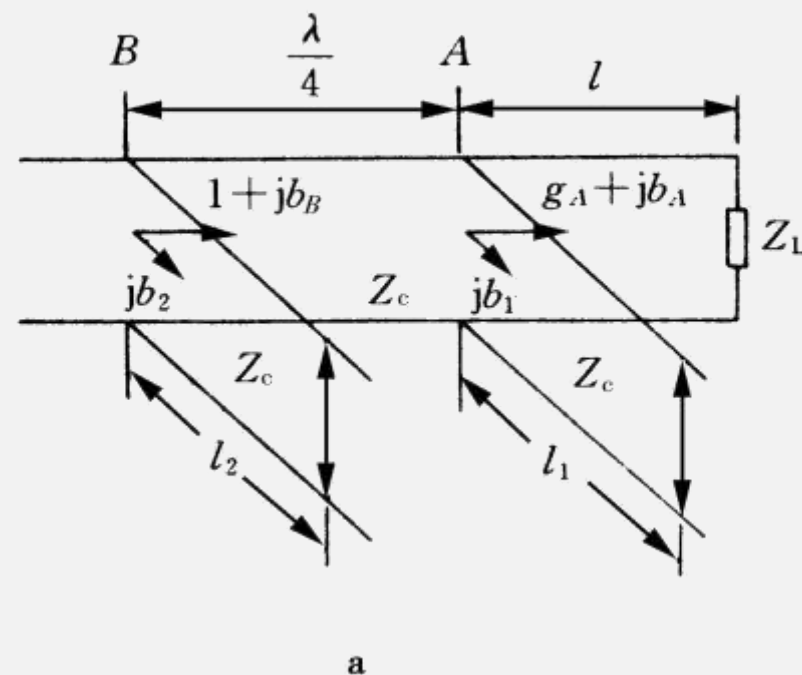
若需要电纳 b , 则 $\cot \theta = -b \Rightarrow \theta = \arctan\left(-\frac{1}{b}\right)$ ($\theta \in (0, \pi)$)

长度: $l_\lambda = \frac{\theta}{2\pi}$, 当 $b = 0$ 时 $\theta = \pi/2$

开路枝节 ($y_{\text{stub}} = j \tan \theta$)

若需要电纳 b , 则 $\tan \theta = b \Rightarrow \theta = \arctan(b)$ ($\theta \in (0, \pi)$)

长度: $l_\lambda = \frac{\theta}{2\pi}$, 当 $b = 0$ 时最短可取 0 (0λ)



程序流程设计

第一部分：参数输入与初始化

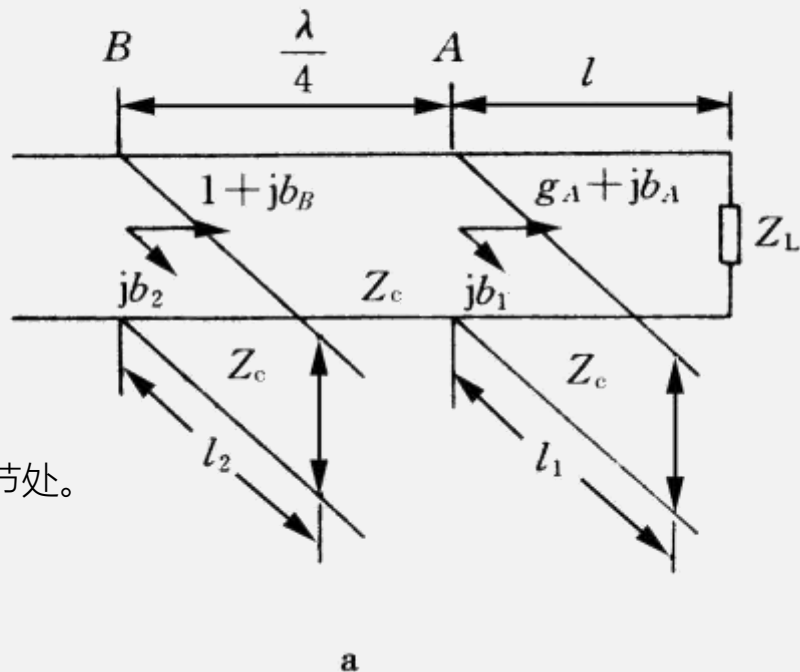
首先定义特征阻抗、负载阻抗、枝节距离和枝节类型。

```
% ===== 用户输入参数 =====
Zc = 50;      % 特征阻抗 (Ω)
ZL = 30-1j*40; % 负载阻抗 (Ω)
d1 = 0.3;     % 负载到第一个枝节的距离 (λ)
d2 = 0.125;   % 两枝节间距 (λ)，常见0.125或0.25
stub_type = 'short'; % 枝节类型: short短路或open开路
```

第二部分：计算相角与传输变换

将距离转换为相角，并利用无耗传输线导纳变换公式，将负载导纳移动到第一个枝节处。

```
% 归一化负载导纳 yL = Zc/ZL
yL = Zc/ZL;
theta1 = 2 * pi * d1;
theta2 = 2 * pi * d2;
t1 = tan(theta1);
t2 = tan(theta2);
% 步骤1: 负载导纳经过 d1 变换到第一个枝节处
y1 = (yL + 1j*t1) / (1 + 1j*yL*t1);
g1 = real(y1);
b1 = imag(y1);
```



程序流程设计

第三部分：盲区判断

盲区出现的条件是：第一个枝节处的归一化电导 g_1 大于临界值 $\csc \theta_2^2$ 。若条件满足，直接返回无解。

```
% 步骤2：盲区判断
% 条件:  $g_1 > 1 + 1/(t_2^2)$ 
g1_crit = 1 + 1 / (t2^2); % 临界电导
if g1 > g1_crit
    solutions = [];
    is_blind = true;
    return;
end
is_blind = false;
```

第四部分：求解第一个枝节后的电纳 b_1'

通过令第二个枝节处归一化电导 $g_2 = 1$ ，推导出关于 b_1' 的二次方程。计算判别式 Δ ，若 $\Delta < 0$ 则同样无解，否则求出两组 b_1' 。

```
% 步骤3：求解  $b_1'$ （第一个枝节后的总电纳）
% 方程:  $(1 - b_1' * t_2)^2 = g_1 * (1 + t_2^2 - g_1 * t_2^2)$ 
discriminant = g1 * (1 + t2^2 - g1 * t2^2);
if discriminant < 0
    solutions = [];
    is_blind = true;
    return;
end
sqrt_disc = sqrt(discriminant);
b1_prime_vals = [(1 - sqrt_disc)/t2, (1 + sqrt_disc)/t2];
```

程序流程设计

第五部分：计算两个枝节的电纳与长度

对每一组 b'_1 ，求出第一枝节应提供的电纳 b_{s1} ，然后将修正后的导纳传过 d_2 到达第二枝节处，得到 b_{s2} 。最后使用短路或开路公式将电纳转换为长度。

```
% 步骤4：计算两个枝节的电纳及长度
solutions = zeros(2,2);
for k = 1:2
    b1_prime = b1_prime_vals(k);
    % 第一个枝节电纳
    b_s1 = b1_prime - b1;
    % 从y1'经过d2变换到第二个枝节处
    y1_prime = g1 + 1j*b1_prime;
    y2 = (y1_prime + 1j*t2) / (1 + 1j*y1_prime*t2);
    b2 = imag(y2);
    % 第二个枝节电纳
    b_s2 = -b2;
    % 将电纳转换为枝节长度（波长倍数）
    l1 = stub_length_from_susceptance(b_s1, stub_type);
    l2 = stub_length_from_susceptance(b_s2, stub_type);
    solutions(k,:) = [l1, l2];
end
```

第六部分：输出结果

将计算得到的两组枝节长度打印出来，若为盲区则给出提示。通常还会推荐总长度较短的一组。

```
if is_blind
    fprintf('\n【盲区】当前参数无解，无法实现匹配.\n');
else
    fprintf('\n找到2组解（单位：λ）：\n');
    fprintf('解1: l1 = %.4f λ, l2 = %.4f λ\n', solutions(1,1),
    fprintf('解2: l1 = %.4f λ, l2 = %.4f λ\n', solutions(2,1),
    % 推荐总长度较短的一解
    [~, idx] = min(sum(solutions, 2));
    fprintf('（推荐解%d，总长度较短）\n', idx);
end
```

算例验证

===== 双枝节匹配结果 =====

$$Z_c = 50.00 \, \Omega$$

$$Z_L = 30.00 + j-40.00 \, \Omega$$

$$d_1 = 0.3000 \, \lambda$$

$$d_2 = 0.1250 \, \lambda$$

枝节类型: short

找到2组解 (单位: λ):

$$\text{解1: } l_1 = 0.3400 \, \lambda, l_2 = 0.1270 \, \lambda$$

$$\text{解2: } l_1 = 0.4333 \, \lambda, l_2 = 0.4484 \, \lambda$$

(推荐解1, 总长度较短)

=====

===== 双枝节匹配结果 =====

$$Z_c = 50.00 \, \Omega$$

$$Z_L = 30.00 + j-40.00 \, \Omega$$

$$d_1 = 0.3000 \, \lambda$$

$$d_2 = 0.1250 \, \lambda$$

枝节类型: open

找到2组解 (单位: λ):

$$\text{解1: } l_1 = 0.0900 \, \lambda, l_2 = 0.3770 \, \lambda$$

$$\text{解2: } l_1 = 0.1833 \, \lambda, l_2 = 0.1984 \, \lambda$$

(推荐解2, 总长度较短)

=====

===== 双枝节匹配结果 =====

$$Z_c = 50.00 \, \Omega$$

$$Z_L = 20.00 + j0.00 \, \Omega$$

$$d_1 = 0.0000 \, \lambda$$

$$d_2 = 0.1250 \, \lambda$$

枝节类型: short

【盲区】当前参数无解, 无法实现匹配。

=====

总结

- 完成了双枝节匹配的 MATLAB 通用程序，可处理短路/开路枝节
- 准确判断盲区，直观给出所有可行解
- 程序仅需阻抗和电长度参数，不依赖频率，方便工程使用
- 可能改进：加入 $\lambda/4$ 间距的特殊处理、扩展至串联枝节等



感谢观看

勤学 / 修德 / 明辨 / 笃实