

电磁场与电磁波

第5讲

2.6 阻抗匹配及阻抗匹配器

2.7 传输线的瞬态响应

魏兴昌

浙江大学

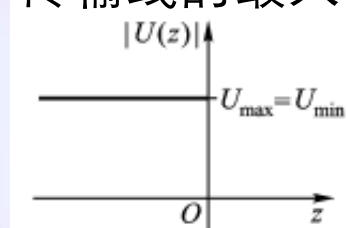
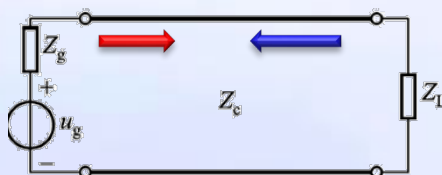
weixc@zju.edu.cn

作业：2.19-2.21

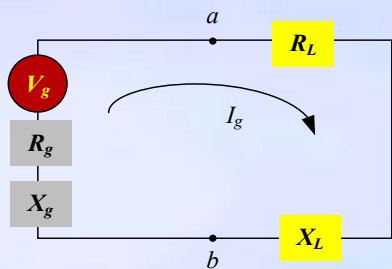
阻抗匹配

- 传输线的阻抗匹配包括两个方面：信号源与传输线的匹配，以及负载与传输线的匹配。
- 传输线与负载的阻抗匹配： $Z_L = Z_c$ 。传输线与负载匹配，传输线处于行波状态，传输的功率大，效率高； $Z_L \neq Z_c$ 时传输线上形成驻波，其波腹电场大于行波电场，容易发生击穿，限制了传输线的最大传输功率。

$$P = P^i - P^r$$



- 传输线与信号源的阻抗匹配： $Z_g = Z_c$ 。传输线与信号源匹配，信号源的入射功率不随负载变化，负载反射的功率被信号源吸收。常用的信号源匹配方法是隔离器和环形器。
- 共轭匹配：源的电压和内阻抗一定时，负载从源能得到最大功率。



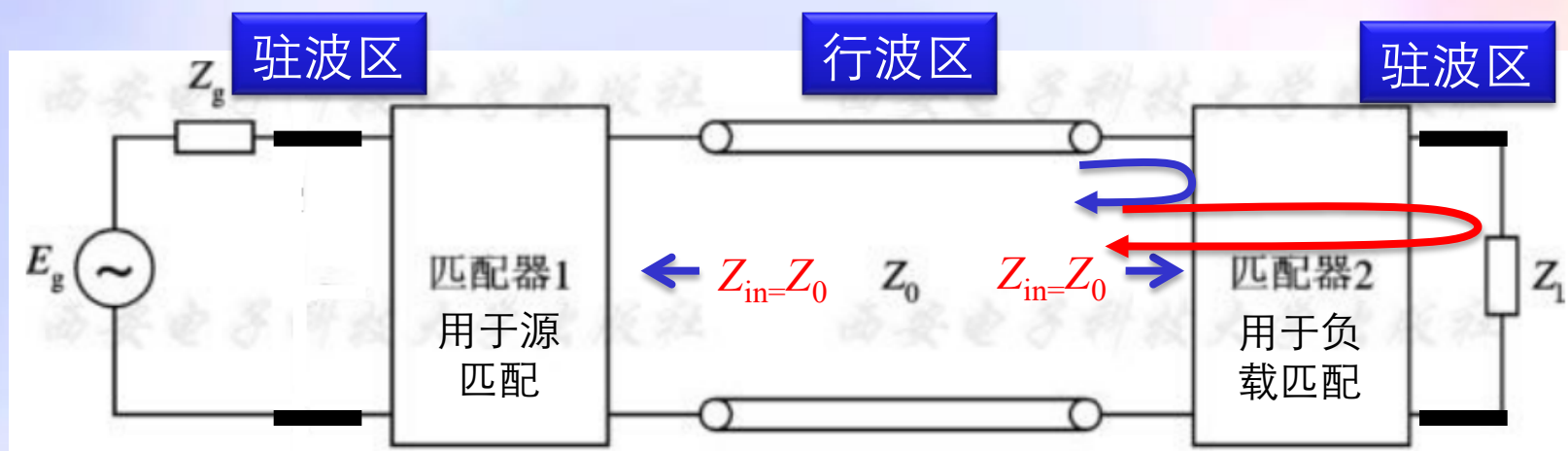
$$R_L = R_g$$

$$X_L = -X_g$$

- 共轭匹配与阻抗匹配的目的不同；
- 阻抗匹配时，负载不一定从源得到最大功率；
- 共轭匹配时，传输线上不一定是行波。

阻抗匹配

- 匹配方法是在负载与传输线之间加入一匹配装置，对匹配装置的基本要求是引入的附加损耗尽量小（插入损耗）、频带宽、能适应各种负载（可调节）。
- 匹配的基本思路是负载不匹配引起的反射刚好被匹配器引入的反射相抵消，使得从匹配装置左面看进去的输入阻抗等于传输线特征阻抗，从而使传输线处于行波状态。



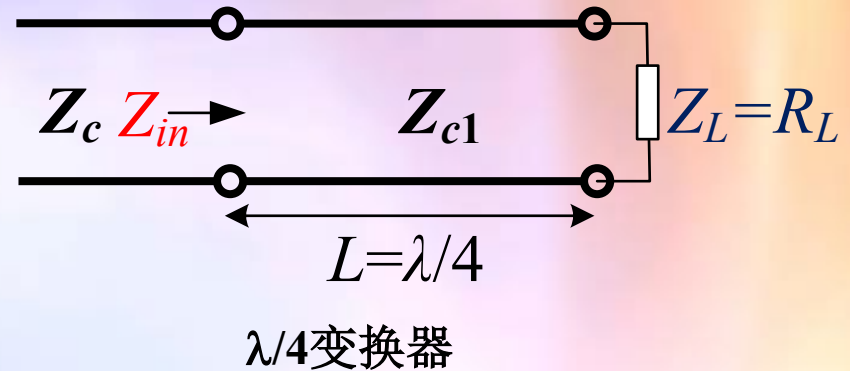
频段：宽带 vs 窄带

实现手段：

- $\lambda/4$ 变换器
- 并联枝节：单枝节、双枝节、三枝节
- 串联枝节

如果负载阻抗是**纯电阻**，可用 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配。

$\lambda/4$ 变换器是接在传输线与纯电阻负载之间的一段长度为 $\lambda/4$ 的传输线。

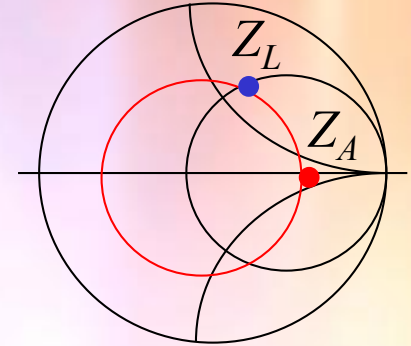
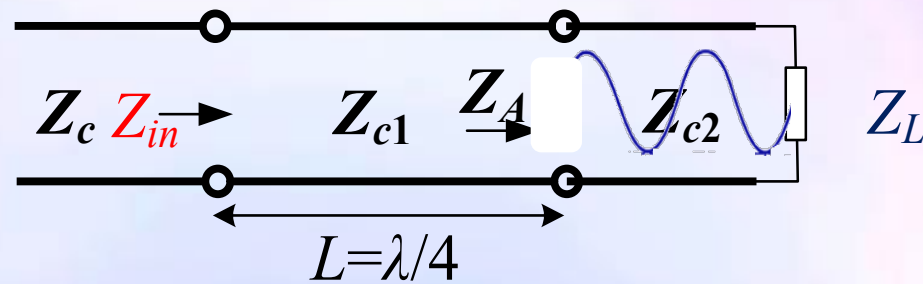


$$Z_{in} = Z_{c1} \frac{Z_L + jZ_{c1} \tan kL}{Z_{c1} + jZ_L \tan kL} = \frac{Z_{c1}^2}{R_L}$$

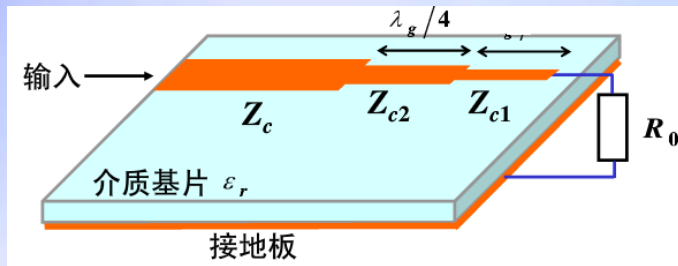
为了使 $Z_{in} = Z_c$ ， Z_{c1} 应有 $Z_{c1} = \sqrt{R_L Z_c}$

经过 $\lambda/4$ 变换器变换，从变换器左面看进去的输入阻抗 $Z_{in} = Z_c$ ，从而实现阻抗匹配。

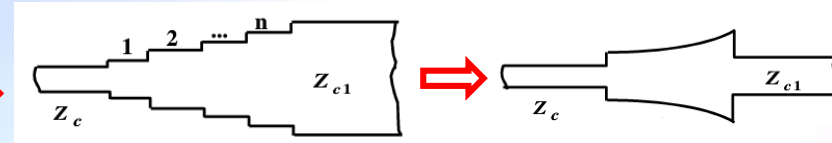
如果负载不是纯电阻，仍要采用 $\lambda/4$ 变换器进行匹配，需将 $\lambda/4$ 变换器接在离负载一段距离的电压波节或电压波腹处，因为在电压波腹或电压波节处输入阻抗为纯电阻（圆图中的纯电阻线）。



- 2个可调参数：变换器和负载的距离、变换器的特征阻抗
- $\lambda/4$ 变换器的长度取决于波长，只能在中心频率点严格匹配，属于窄带匹配。

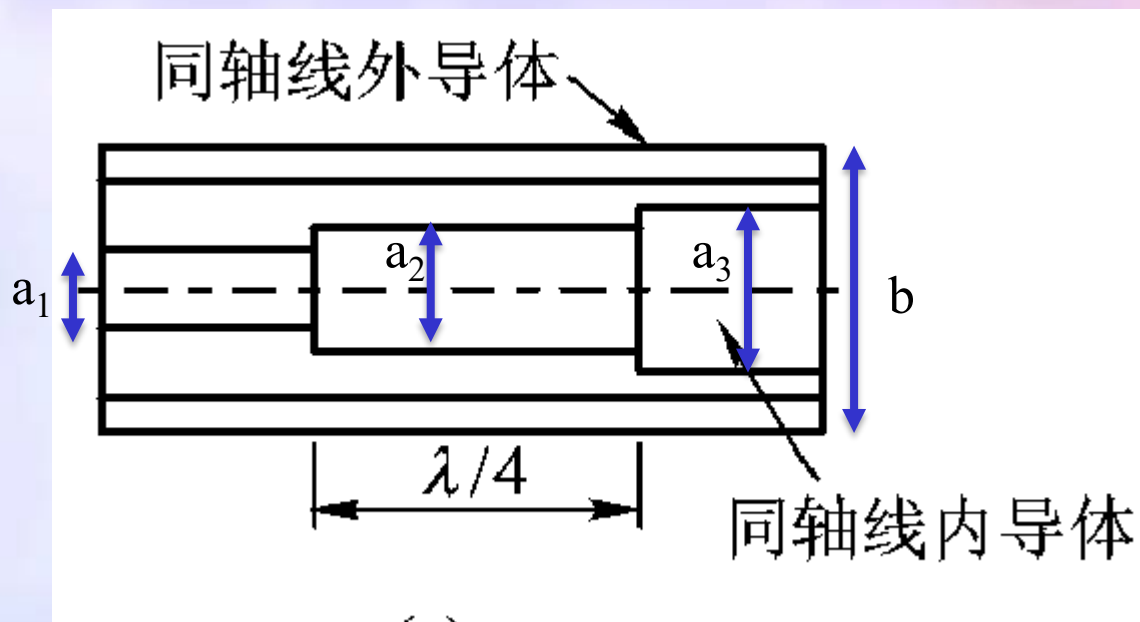


多个 $\lambda/4$ 变换器级联可以增加匹配带宽



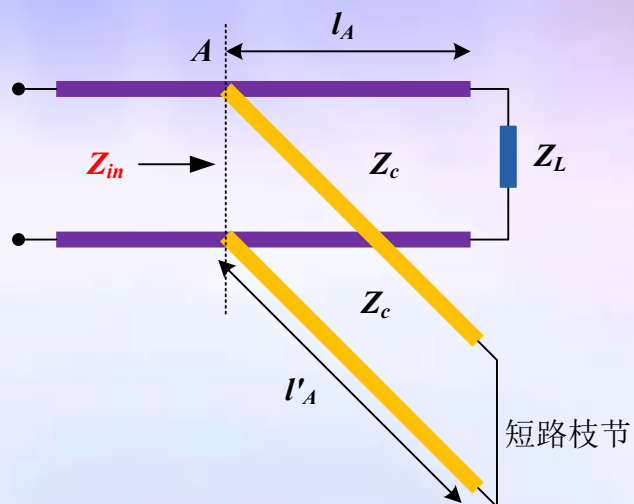
$\lambda/4$ 变换器 - 图2-26公式推导

7



$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) \quad Z_c = \sqrt{L/C} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$
$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \quad Z_{c2}^2 = Z_{c1} Z_{c3}$$

单枝节匹配器



可移动单可变短路枝节（电纳匹配器）

2个可调参数： l_A, l'_A

目标： $Z_{in}=Z_c$

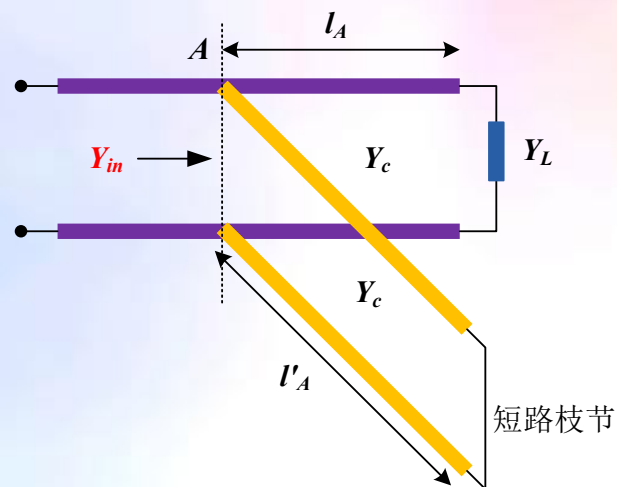
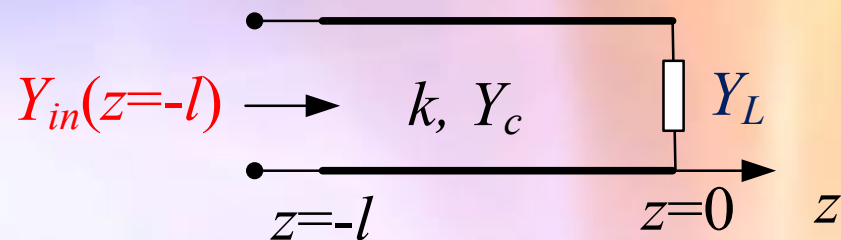
方法一：公式计算

$$Y_{in} = Y_c \frac{Y_L + jY_c \tan(kl)}{Y_c + jY_L \tan(kl)}$$

Y_{in} 为两部分并联

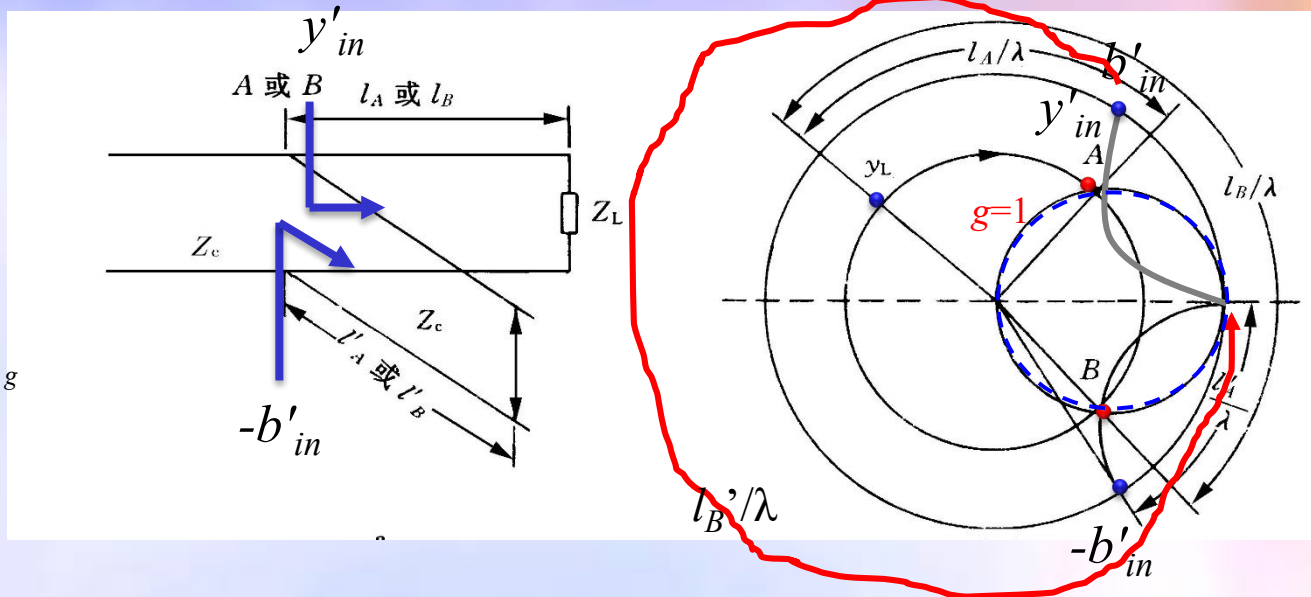
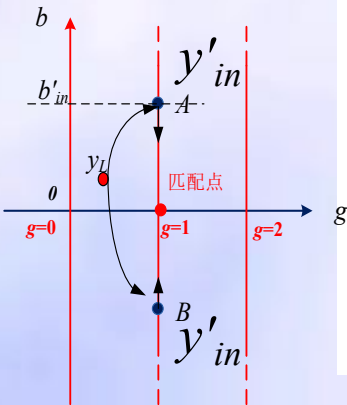
$$Y_{in} = Y_c \frac{Y_L + jY_c \tan(kl_A)}{Y_c + jY_L \tan(kl_A)} + \frac{Y_c}{j \tan(kl'_A)} = Y_c$$

求解非线性方程得到 l_A 和 l'_A



单枝节匹配器

方法二：
导纳圆图



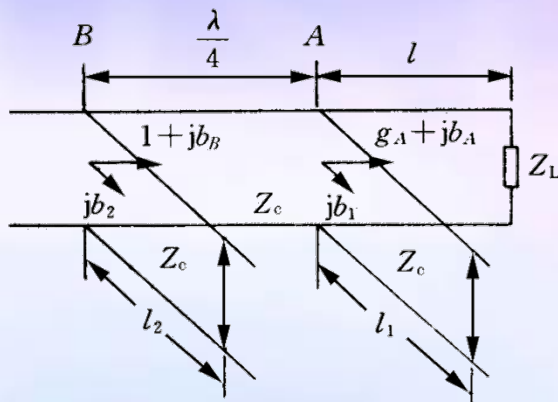
短路枝节提供导纳的
纯虚部 $\frac{Y_c}{j \tan(kl'_A)}$

Γ_i 导纳圆图

(a) 可移动单可变短路枝节 (b) 工作原理

1. $y_L = g_L + jb_L$ 为归一化负载导纳点。
2. A 或者 B 点与负载之间电长度 l/λ 刚好使 y'_{in} 落在 $g=1$ 的等 g 圆上，即 $y'_{in} = 1 + jb'_{in}$ 。
3. 然后调节并联支路传输线长度，使并联支路引入的归一化电纳为 $-jb'_{in}$ 。这样从连接点左边看进去的归一化输入导纳 $y_{in} = 1$ ，从而实现负载与传输线的匹配。

双枝节匹配器



a

双可变短路枝节（电纳匹配）器

2个可调参数： l_1, l_2

目标： $Z_{in} = Z_c$

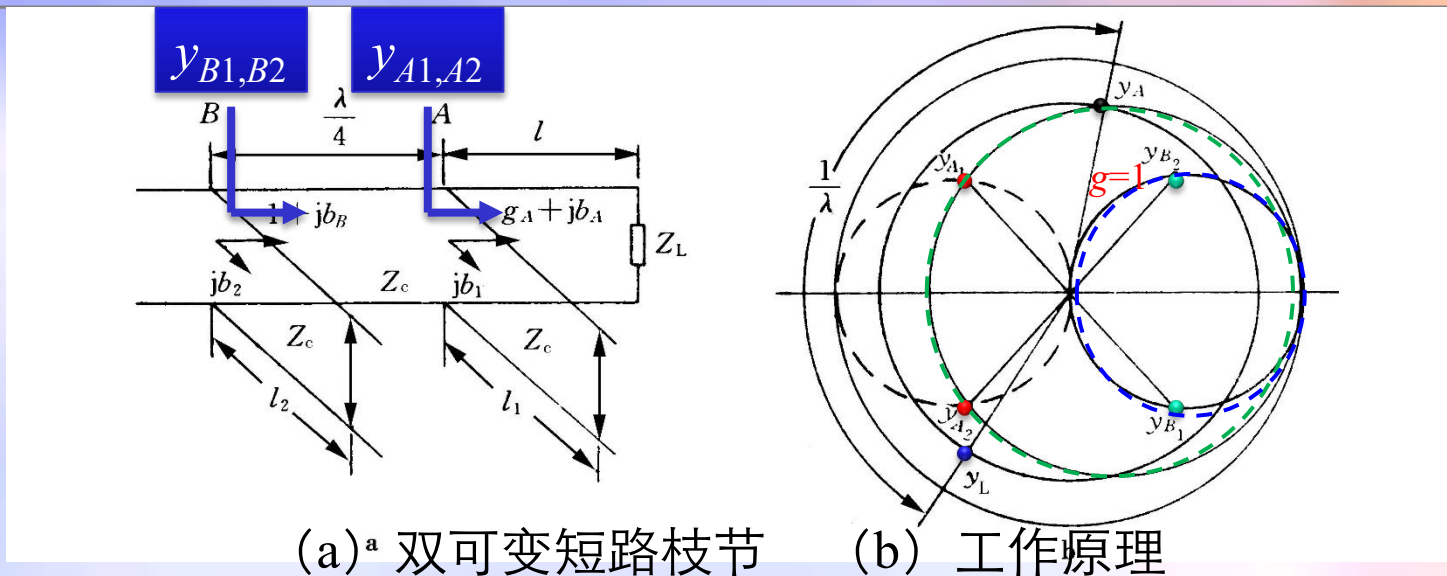
单枝节匹配

- 如果接入点电流过大，对连接点的点接触要求很高；
- 接入点位置固定后，匹配频率不可调。

双枝节匹配

利用调整第一个枝节长度 l_1 达到调整单枝节位置的作用。

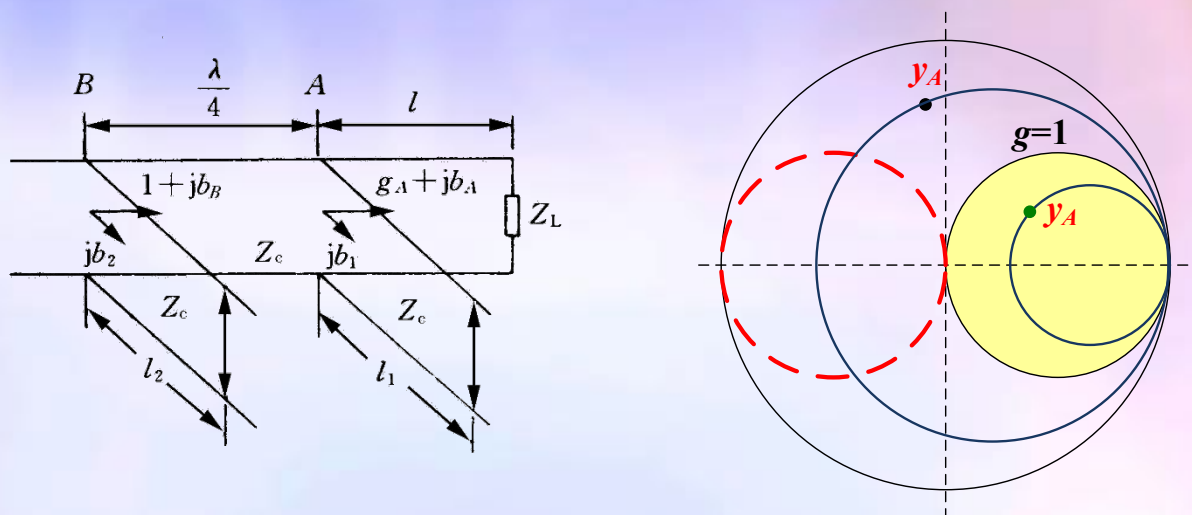
双枝节匹配器



y_L 经过传输线长 l 变换为 y_A 点； y_A 与第一个短路枝节并联变为 y_{A1} 或 y_{A2} ； y_{A1} 或 y_{A2} 旋转 180° 得到 y_{B1} 或 y_{B2} 。

1. 什么样的 y_{B1} 或 y_{B2} 并联第二个短路枝节后能变到匹配点： y_{B1} 或 y_{B2} 必须在 $g=1$ 的圆上。什么样的 y_{A1} 或 y_{A2} 旋转 180° 后落在 $g=1$ 的圆上：所有虚线圆上的点，**虚线圆由 $g=1$ 圆旋转 180° 得到。**
2. 作图过程： y_L 经过传输线长 l 变换为 y_A 点；调节第一个并联支路传输线短路面位置，由第一个并联支路引入的电纳 $j b_1$ 使得 $y_A + j b_1$ 刚好与虚线圆相交，交点为图中的 y_{A1} 或 y_{A2} 点。**虚线圆由 $g=1$ 圆旋转 180° 得到；** 经过 $\lambda/4$ 主传输线变换， y_{A1} 或 y_{A2} 变换到 $g=1$ 的等 g 圆上，即图中的 y_{B1} 或 y_{B2} ；最后通过第二个并联支线引入的电纳中和 y_{B1} 或 y_{B2} 的虚部，达到匹配。如果 AB 间距为任意值 d ，虚线圆如何得到？

虚线圆由 $g=1$ 圆逆时针旋转 $2kd$ 得到

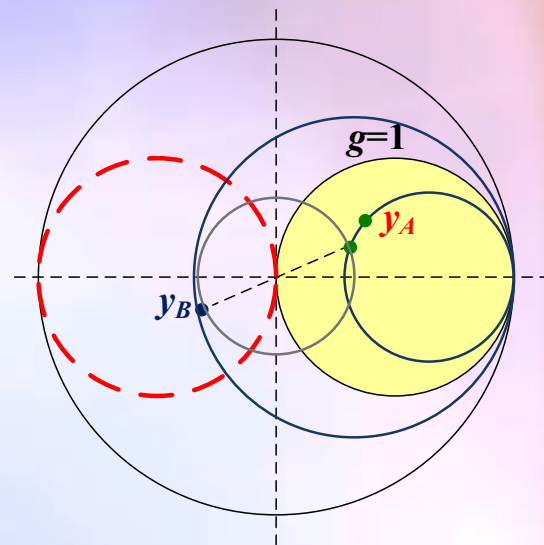
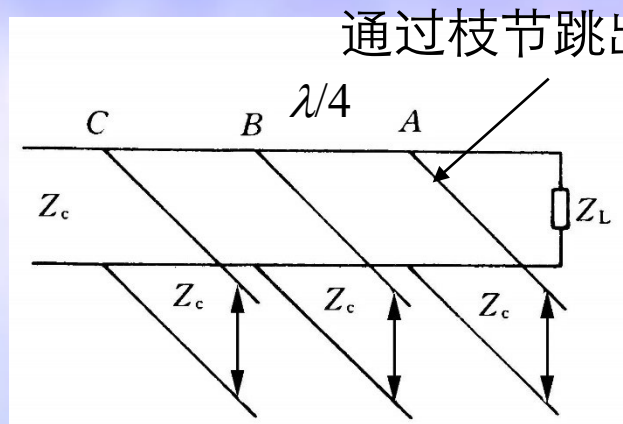


对于两并联支线间距为 $\lambda/4$ 的双可变电纳匹配器，如果 y_A 在 $g=1$ 的圆内，则不可能实现负载与传输线匹配，即存在所谓匹配的“盲区”。对应于相应方程无解。

体会基于圆图的阻抗匹配：

沿着两个圆（等 g 圆、等 Γ 圆）从 y_L 走到原点。

三枝节匹配器

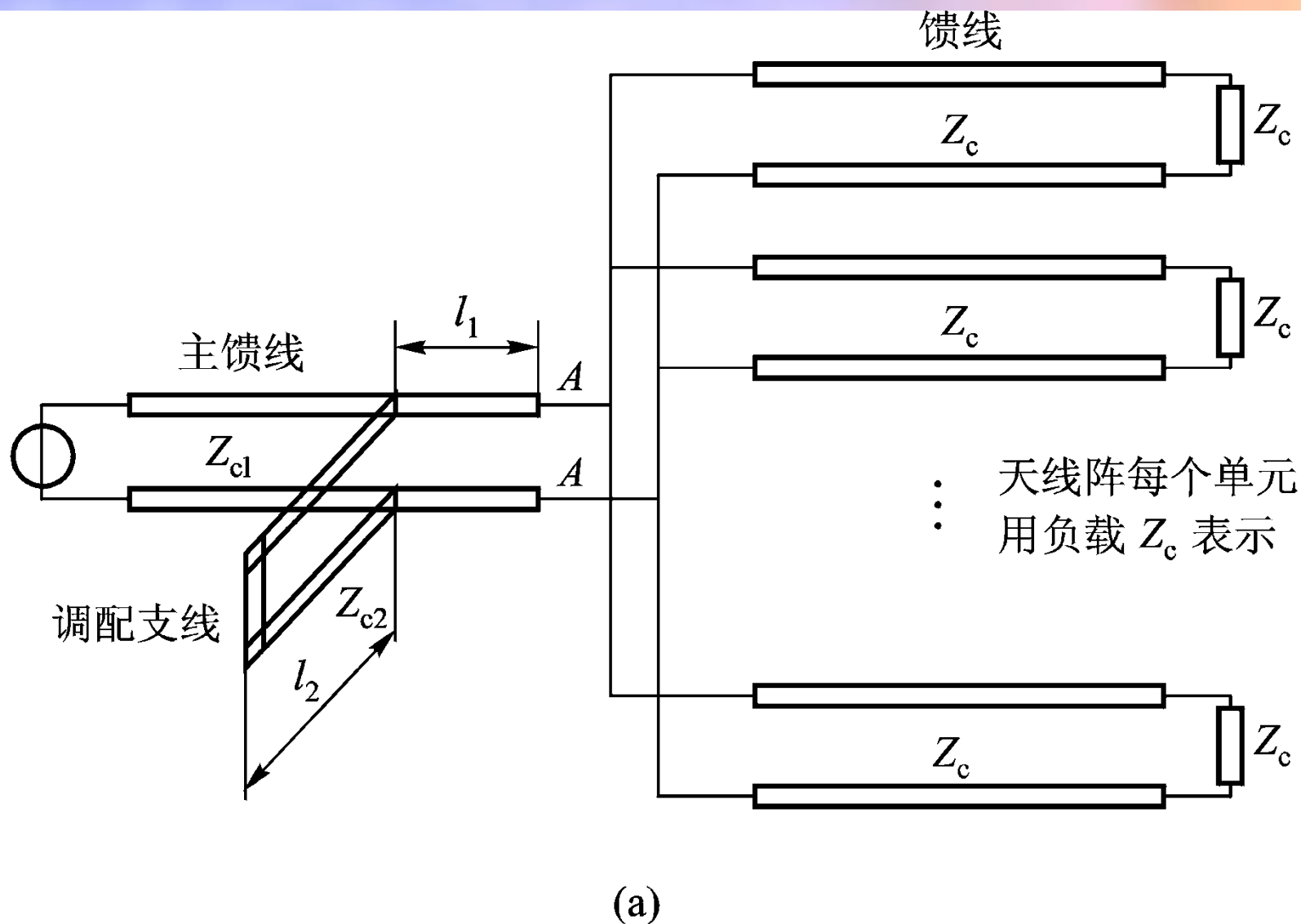


(a) 三可变电纳匹配器 (b) 工作原理

在三可变电纳匹配器中，如果对于第一、第二个并联枝节组成的双可变电纳匹配器，负载位于不匹配的“盲区”，那么对于第二第三个并联枝节组成的双可变电纳匹配器，要匹配的负载就一定出“盲区”，因为经过第一、第二个并联支线间 $\lambda/4$ 传输线的变换沿等 $|T_L|$ 线转过 180° ，一定不在 $g=1$ 的圆内。

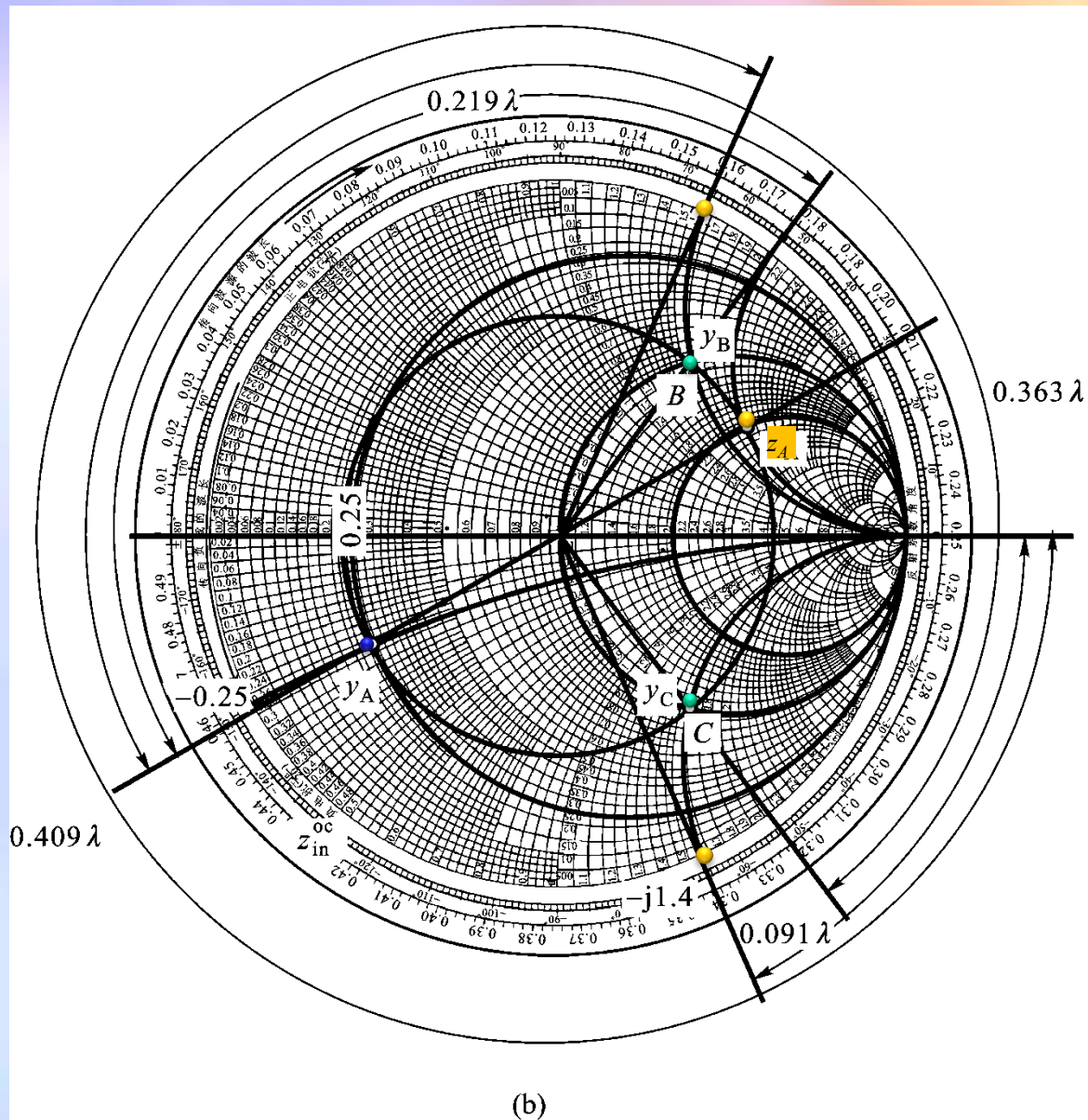
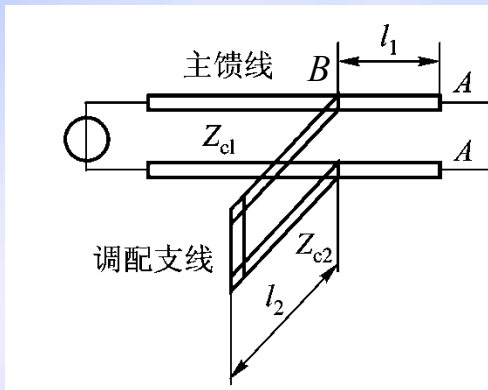
例2-13: 天线阻抗匹配

15



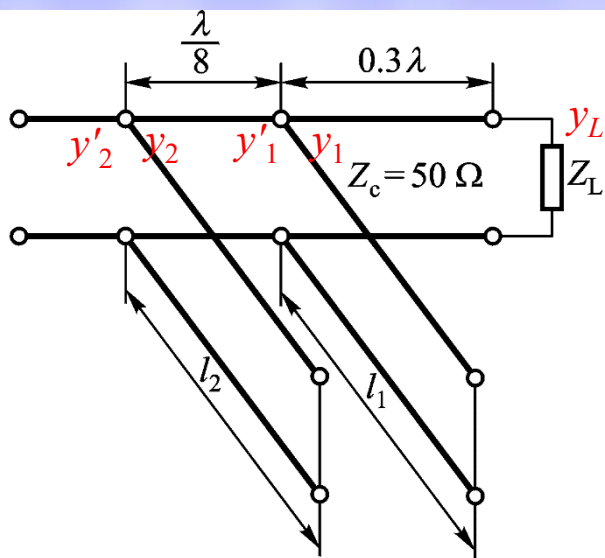
例2-13:天线阻抗匹配

已知馈线特征阻抗 75Ω ，测得AA负载总阻抗为 $Z_A = (150 + j150)\Omega$ 。现欲用单可变电纳匹配器进行匹配，求单可变电纳匹配器离开AA面距离 l_1 以及并联短路传输线（特征阻抗 $Z_{c2} = 75\Omega$ ）长度 l_2 。



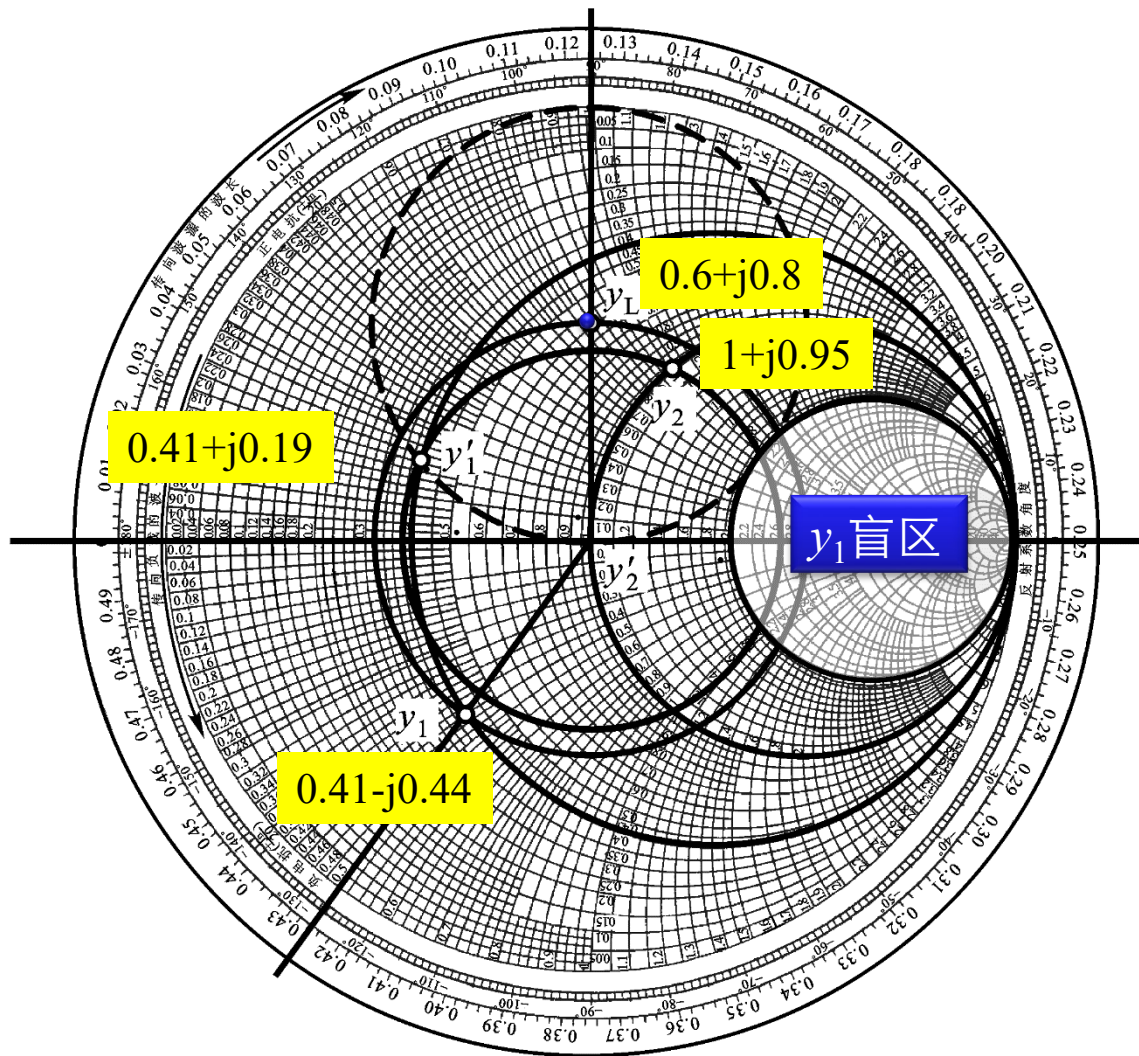
例2-14

17



(a)

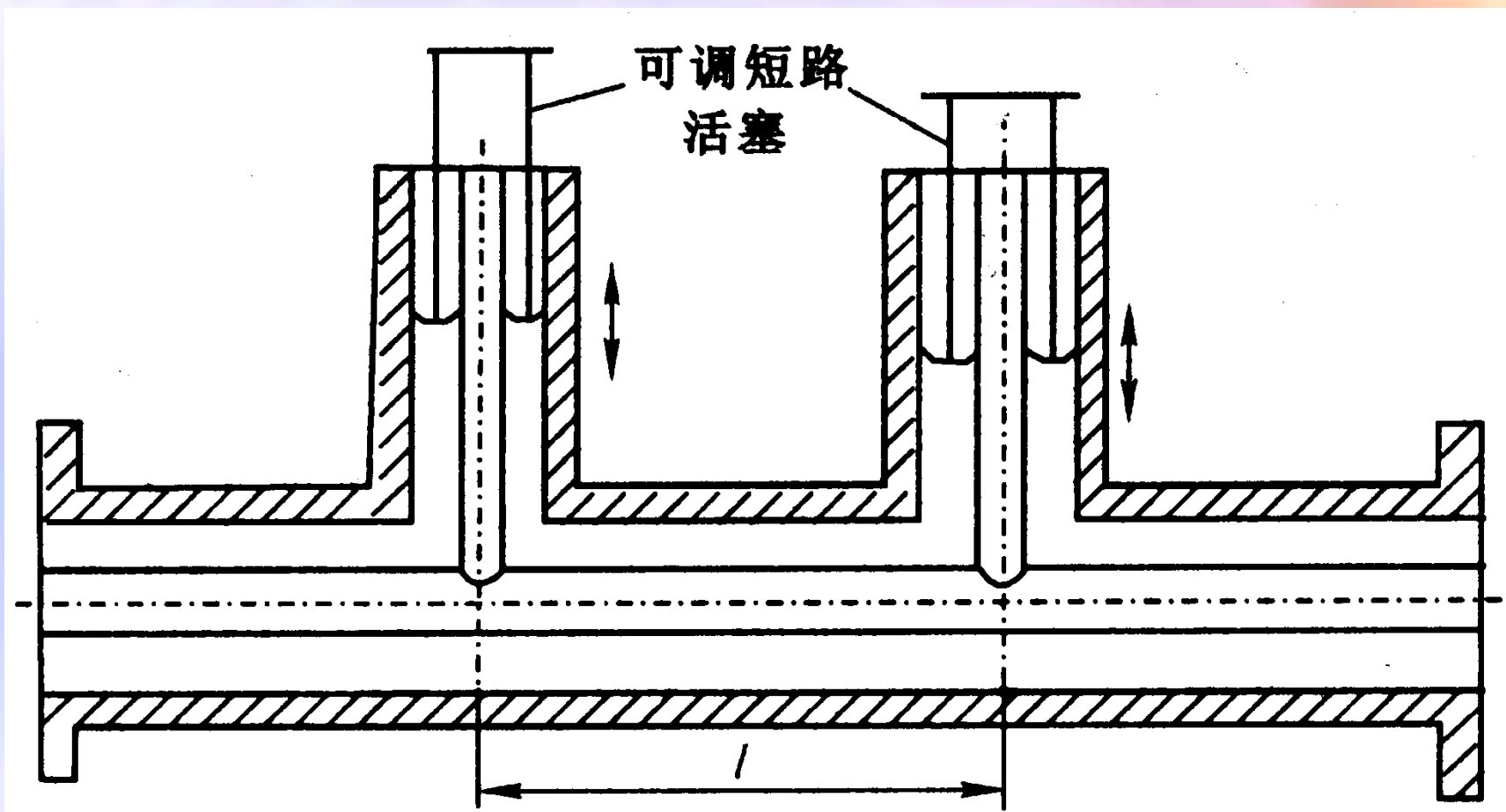
$$Z_L = (30 - j40) \Omega$$

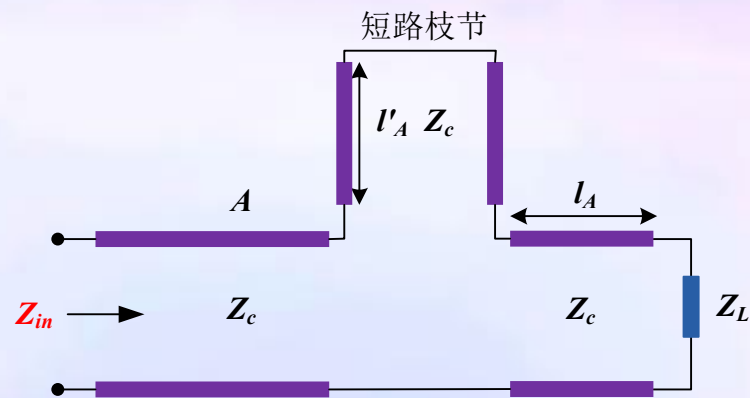


(b)

同轴线结构双可变电纳匹配器

18

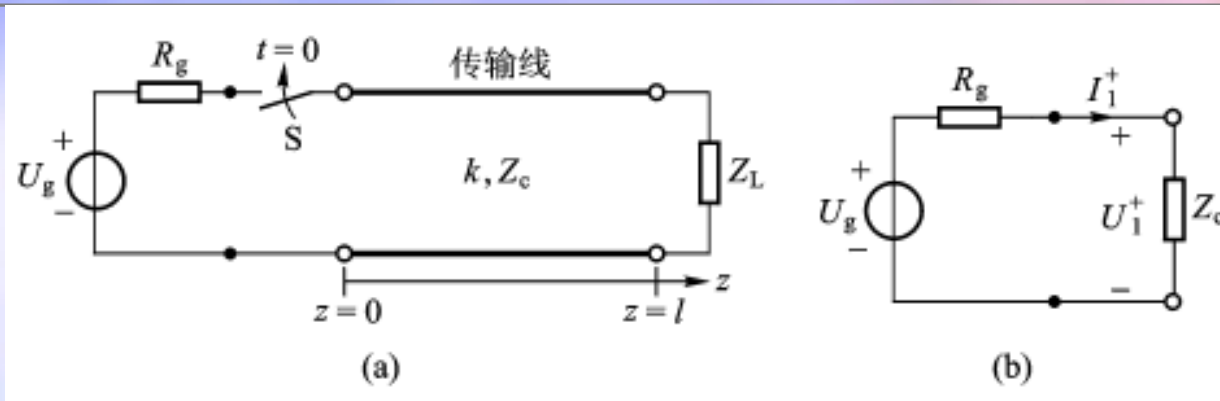




2个可调参数: l_A, l'_A
目标: $Z_{in} = Z_c$

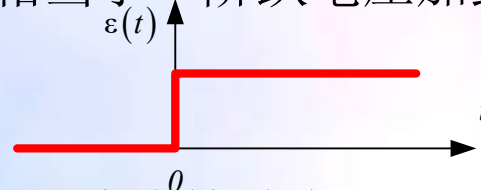
串联枝节匹配采用阻抗圆图

传输线的瞬态响应



(a) 与源、负载连接的传输线 (b) 电路刚接通 ($t = 0^+$) 时的等效电路
 $t = 0$ 时刻, 开关S动作使源与传输线接通, 相当于一阶跃电压加到传输线

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



$t = 0^+$, 传输线上只有入射波, 没有反射波, 传输线等效为 Z_c , 故得

$$I_1^+ = \frac{U_g}{R_g + Z_c}$$

$$U_1^+ = I_1^+ Z_c = \frac{U_g Z_c}{R_g + Z_c}$$

此电压、电流波以介质中光速传播。当波到达传输线终端 ($z = l$), 如果 $Z_L \neq Z_c$, 部分能量反射回来往源方向传播, 当反射回来的波到达传输线始端 ($z = 0$), 如果 $Z_g \neq Z_c$, 一部分能量又反射回来往负载 ($z = l$) 方向传播。如此不断重复下去。

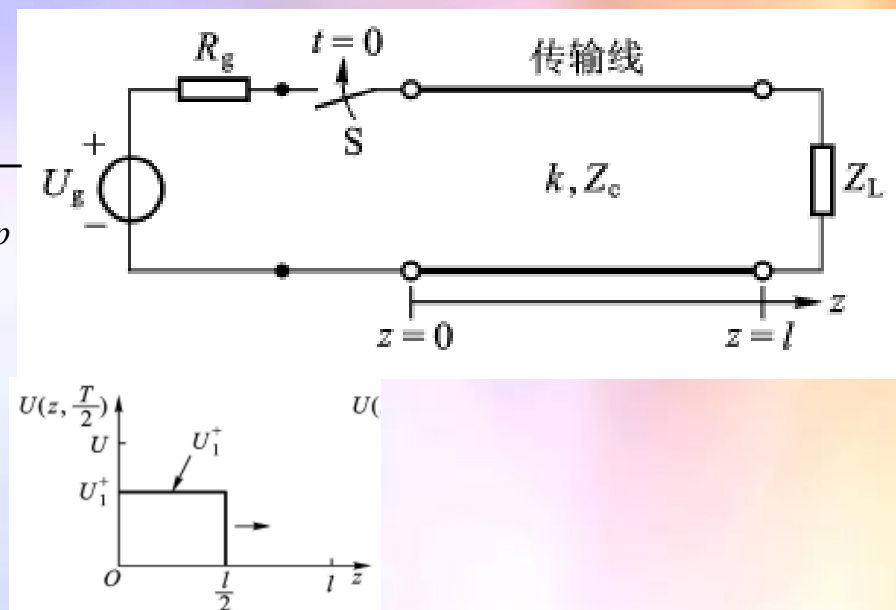
阶跃电压作用下的传输线

$$t = 0^+ \quad I_1^+ = \frac{U_g}{R_g + Z_c}$$

$$U_1^+ = I_1^+ Z_c = \frac{U_g Z_c}{R_g + Z_c}$$

$$T = \frac{l}{v_p}$$

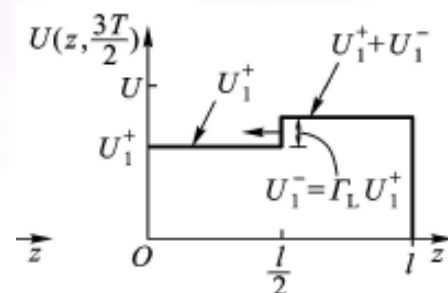
$$\text{当 } t_1 = T/2 \text{ 时} \quad U\left(z, \frac{T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ & 0 \leq z < \frac{l}{2} \\ 0 & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases}$$



$$\text{当 } t = T, \text{ 波到达传输线终端 } (z = l), \quad \Gamma_l = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

$$\text{假定 } Z_L = 2Z_c \quad \Gamma_l = \frac{1}{3} \quad U_1^- = \frac{U_1^+}{3}$$

$$\text{当 } t = \frac{3}{2}T \quad U\left(z, \frac{3T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ & 0 \leq z < \frac{l}{2} \\ U_1^+ + U_1^- = \frac{4}{3}U_1^+ & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases}$$



阶跃电压作用下的传输线

当 $t = 2T$, 反射波 U_1^- 到达始端 ($z = 0$)

$$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c}$$

假定 $R_g = 4Z_c$, 则 $\Gamma_g = 0.6$ 。 电源对于反射波来说, 相当于短路

当 $t = 5T/2$ $U_2^+ = \Gamma_g U_1^- = \Gamma_g \Gamma_l U_1^+ = \frac{0.6}{3} U_1^+ = 0.2 U_1^+$

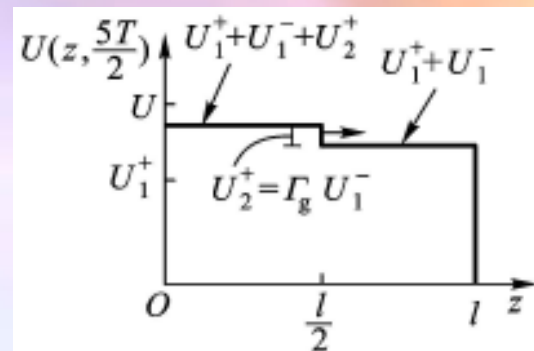
$$U\left(z, \frac{5T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ + U_1^- + U_2^+ = \left(1 + \frac{1}{3} + 0.2\right) U_1^+ & \left(0 \leq z < \frac{l}{2}\right) \\ U_1^+ + U_1^- = \left(1 + \frac{1}{3}\right) U_1^+ & \left(\frac{l}{2} < z \leq l\right) \end{cases}$$

如果把上面过程继续进行下去, 传输线上最终电压分布为

$$U_\infty = U_1^+ + U_1^- + U_2^+ + U_2^- + U_3^+ + U_3^- + \cdots = U_1^+ (1 + \Gamma_l) \frac{1}{1 - \Gamma_l \Gamma_g}$$

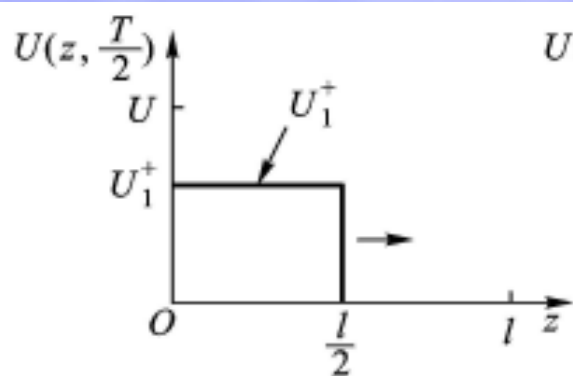
将 Γ_l 、 Γ_g 代入上式, 得到 $V_\infty = \frac{U_g Z_L}{R_g + Z_L}$, 与直流电路结果一致。

这就是阶跃电压加到传输线始端, 传输线达到稳态时的电压。

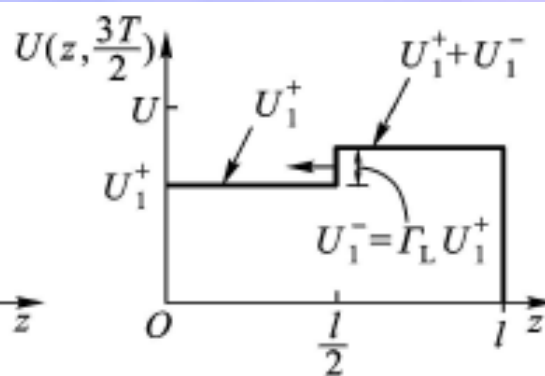


阶跃电压作用下传输线的瞬变过程

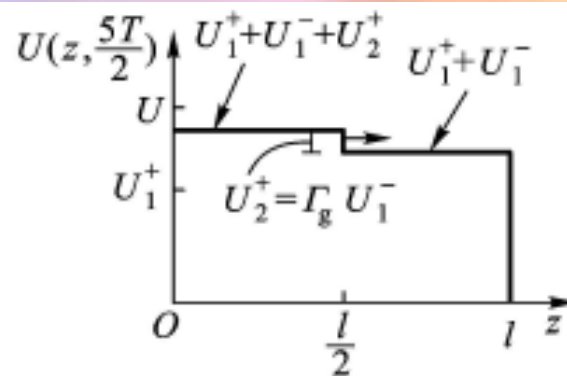
25



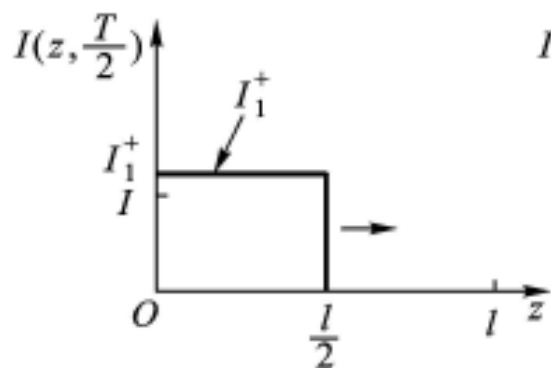
(a)



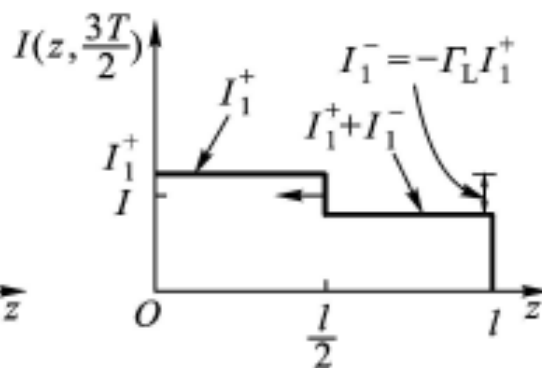
(b)



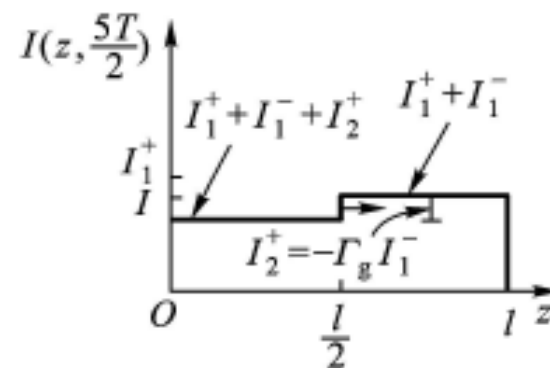
(c)



(d)



(e)



(f)

$$U(z), \quad t_1 = T/2$$

$$U(z), \quad t_2 = 3T/2$$

$$U(z), \quad t_3 = 5T/2$$

$$I(z), \quad t_1 = T/2$$

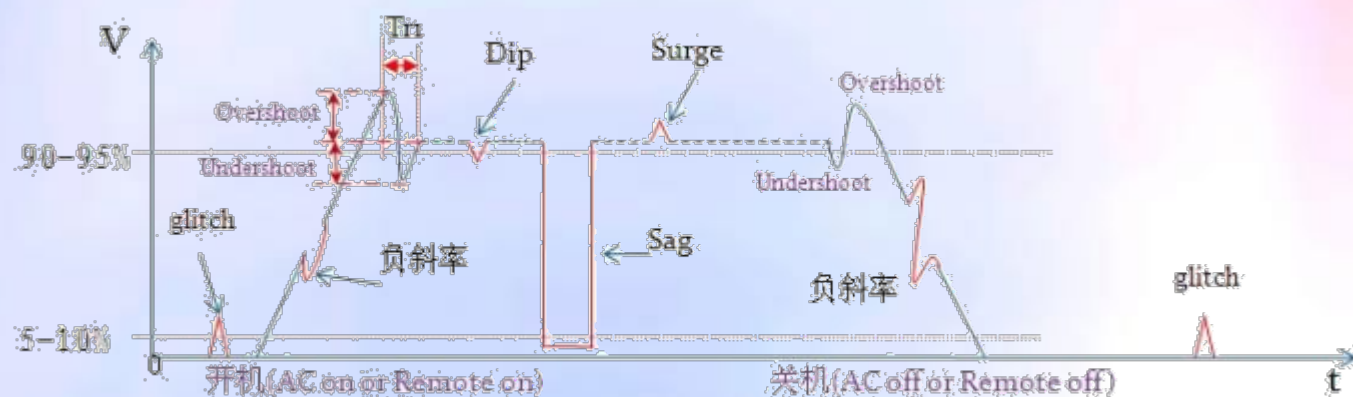
$$I(z), \quad t_2 = 3T/2$$

$$I(z), \quad t_3 = 5T/2$$

阶跃电压作用下传输线的瞬变过程

26

以上分析中假定 $Z_L, Z_g > Z_c$ ，得到undershoot电压；
如果 $Z_L, Z_g < Z_c$ ，得到overshoot电压。
引起信号完整性问题，逻辑电路误操作



传输线为任意波形电压 $u(t)$ 激励时的瞬态分析

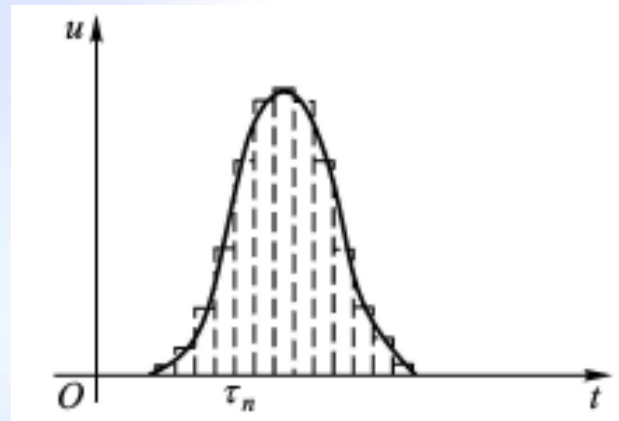
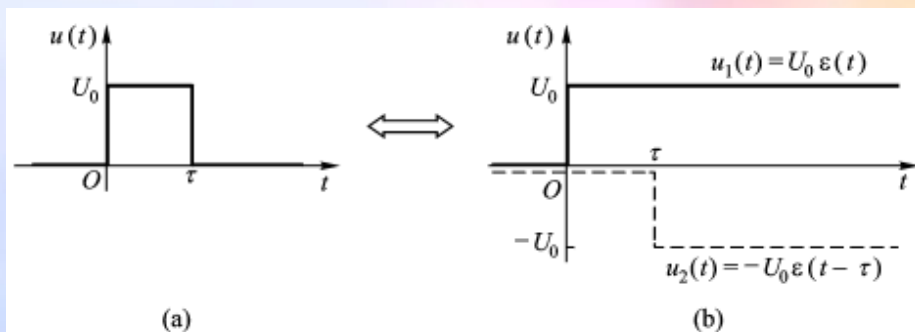
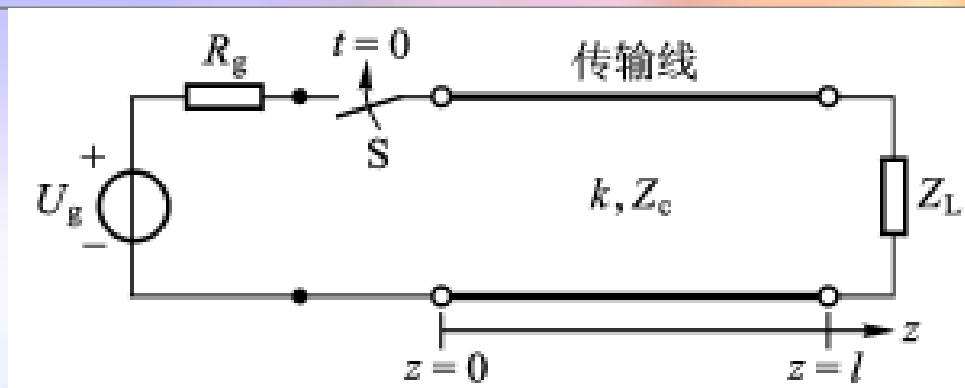
27

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t < 0, t > \tau \end{cases}$$

脉冲持续时间为 τ 的信号可表示为两个阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的组合

$$u(t) = U_0 \varepsilon(t) - U_0 \varepsilon(t - \tau)$$

传输线为任意波形电压 $\varepsilon(t)$ 激励时，先将激励波形分解为多个矩形电压脉冲的叠加，然后研究传输线为矩形电压激励时的瞬态响应，再把所有这些瞬态响应加起来就得到波源 $u(t)$ 激励传输线的瞬态响应。



复习要点

- 阻抗匹配的基本思想是：匹配装置引入的反射刚好抵消原来负载引起的反射。
- $\lambda/4$ 阻抗变换器只能对纯电阻负载进行变换。
- 并联支路可变电纳匹配器匹配的过程是先变换到 $g = 1$ 的圆上，再变换到匹配点 $g = 1$ 、 $b = 0$ 。
- 并联枝节匹配利用导纳圆图；串联枝节匹配利用阻抗圆图。
- 传输线对阶跃电压的瞬态响应是分析传输线瞬态响应的基础。

复习范围

2.6, 2.7

作业：2.19-2.21