

电磁场与电磁波

第2讲

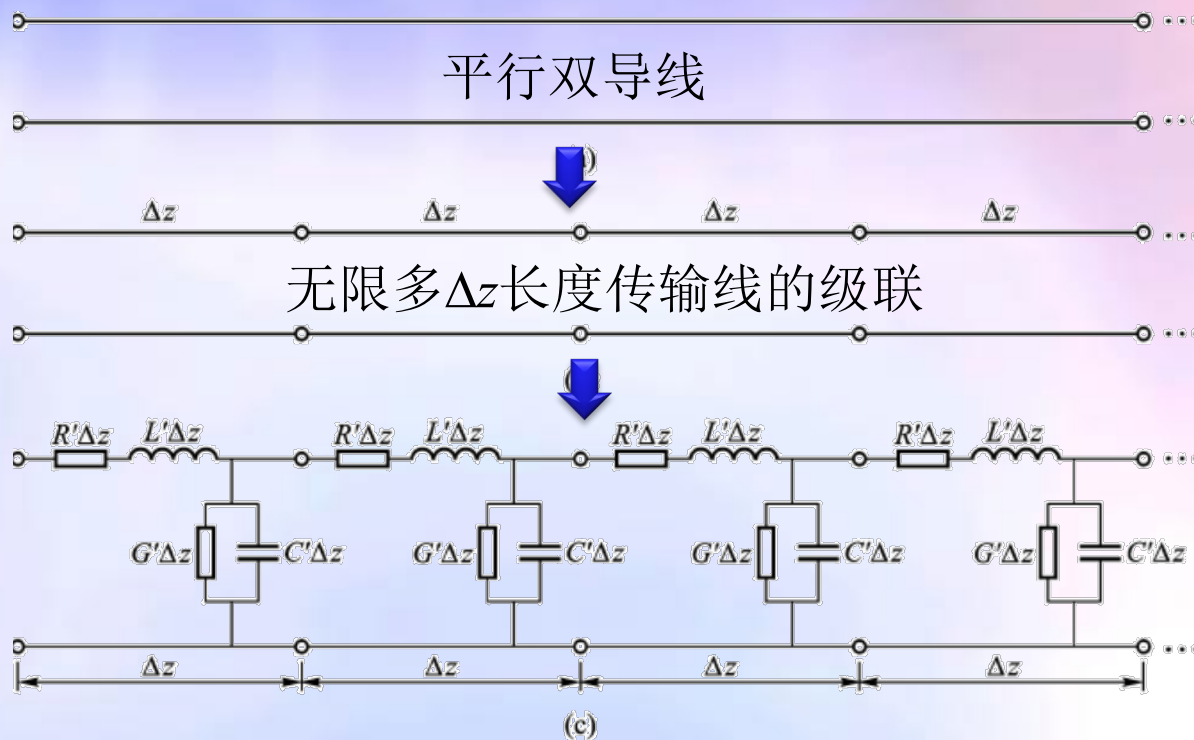
2.1 传输线方程的求解：无耗、有耗 用ADS模拟传输线上的波

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

复数形式的传输线方程



$$\begin{cases} \frac{dU(z)}{dz} = -(R' + j\omega L')I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = -(G' + j\omega C')U(z) \end{cases}$$

注意： $U(z)$ 、 $I(z)$ 不是时间 t 的函数。

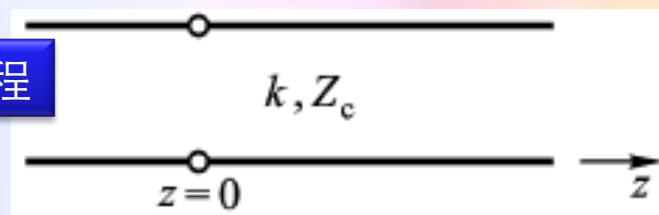
无耗传输线方程的解

3

$$\text{无耗传输线} \begin{cases} R' = 0 \\ G' = 0 \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{dU}{dz} &= -j\omega L' I \\ \frac{dI}{dz} &= -j\omega C' U \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{去耦合}} \frac{d^2 U}{dz^2} = -\omega^2 L' C' U$$

定义 $k \equiv \omega \sqrt{L' C'}$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) U(z) = 0 \quad \text{一维波动方程}$$



其解为

$$U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz}$$

沿z方向传播的波 沿-z方向传播的波

U^i 和 U^r 为待定系数

带入 $\frac{dU}{dz} = -j\omega L' I$

$$I(z) = \frac{-jk}{-j\omega L'} (U^i e^{-jkz} - U^r e^{jkz})$$

$$Z_c = \frac{1}{Y_c} = \frac{\omega L'}{k} = \frac{k}{\omega C'} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

特征阻抗

$$= \frac{1}{Z_c} \left(\underbrace{U^i e^{-jkz}}_{\text{入射电}} - \underbrace{U^r e^{jkz}}_{\text{反射电}} \right)$$

流波 流波

反射波电压与反射波电流相位上刚好相差180°。

无耗传输线方程解的解释

4

$$U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz} \Rightarrow u(z, t) = |U^i| \cos(\omega t - kz + \varphi_i) + |U^r| \cos(\omega t + kz + \varphi_r)$$

第一项表示入射波，第二项表示反射波。

■ k 称为传播常数，波数。

■ 波长 $\lambda = 2\pi / k$

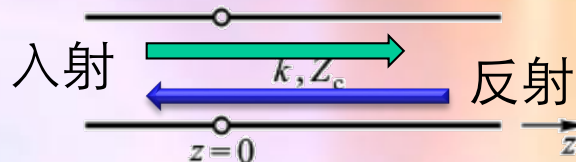
■ 入射波与反射波的相速 $v_p^i = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$ $v_p^r = -\frac{\omega}{k}$

对于无损耗线, $k = \omega\sqrt{L'C'}$, 故波的传播速度 $v_p = 1/\sqrt{L'C'}$

将平行双导线、同轴线的 L' 、 C' 值代入, 得到 $v_p = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$

即电磁波沿平行双导线、同轴线传播的相速 v_p 等于填充介质中的光速。只要 ϵ 与频率无关, v_p 也与频率无关。电磁波传播速度 v_p 与频率无关, 称为无色散。所以只要 ϵ 与频率无关, 平行双导线、同轴线是无色散的。

Z_c 为入射波电压与入射波电流之比, 具有阻抗量纲, 称为特征阻抗。其倒数 $Y_c = 1/Z_c$ 称为特征导纳。

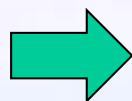


有耗传输线方程的解

有耗传输线方程

$$\frac{dU(z)}{dz} = -(R' + j\omega L')I(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G' + j\omega C')U(z)$$



$$\frac{dU(z)}{dz} = -jkZI(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -jkYU(z)$$

与无耗线的
形式一样

其中 $jk = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$ $Z = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$, $Y = \frac{1}{Z}$

传输线上电压、电流的解仍取

$$U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_c} (U^i e^{-jkz} - U^r e^{jkz})$$

但记住此时 k 、 Z_c 均为复数

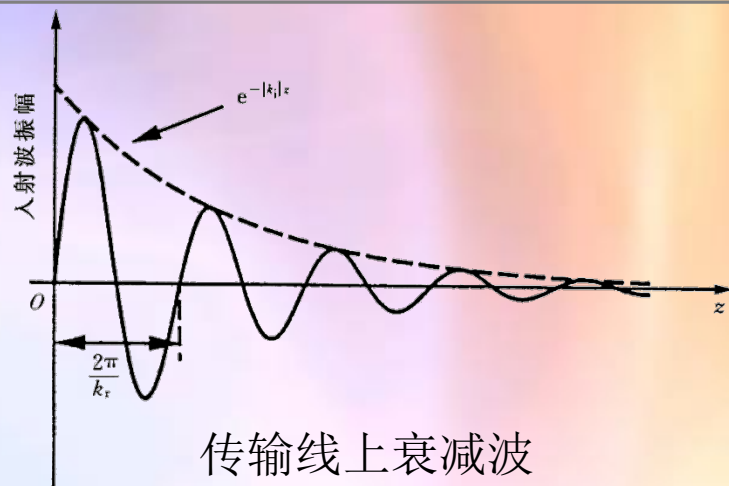
$$jk = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \quad Z_c = \frac{1}{Y_c} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

有耗传输线方程的解

如将 k 记为 $k = k_r - jk_i$

则式
$$\begin{cases} U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz} \\ I(z) = \frac{1}{Z_c} (U^i e^{-jkz} - U^r e^{jkz}) \end{cases}$$

可改写为



$$\begin{cases} U(z) = U^i e^{-k_i z} e^{-jk_r z} + U^r e^{k_i z} e^{jk_r z} \\ I(z) = \frac{1}{Z_c} [U^i e^{-k_i z} e^{-jk_r z} - U^r e^{k_i z} e^{jk_r z}] \end{cases} \Rightarrow u(z, t) = |U^i| e^{-k_i z} \cos(\omega t - k_r z + \varphi_i) + |U^r| e^{k_i z} \cos(\omega t + k_r z + \varphi_r)$$

所以如果 $k_i > 0$ ，损耗将使正方向传播的入射波振幅随 z 的增加而衰减，所以 k_i 称为波的**衰减因子**或衰减常数。 k_r 称为相位常数，表示波的传播。 **k_r 决定了波长。**

传输线上电压、电流的传播可用两个特征参数，即传播常数 k 与特征阻抗 Z_c （或特征导纳 Y_c ）唯一地确定。

$$k = \omega \sqrt{L' C'} = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$$

用ADS模拟传输线

7

对于无耗线，设p.u.l电感为 L' 、电容为 C' 。传输线分为 N 小段，每一段长 Δz ，ADS中每一段的电感为 L 、电容为 C

$$k = \omega \sqrt{L' C'} = \frac{2\pi f \sqrt{LC}}{\Delta z}$$

则波长为 $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\Delta z}{f \sqrt{LC}}$ 波速为 $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\Delta z}{\sqrt{LC}}$

入射波通过每小一段传输线所用的时间 $t = \frac{\Delta z}{v} = \sqrt{LC}$

传输线特征阻抗 $Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

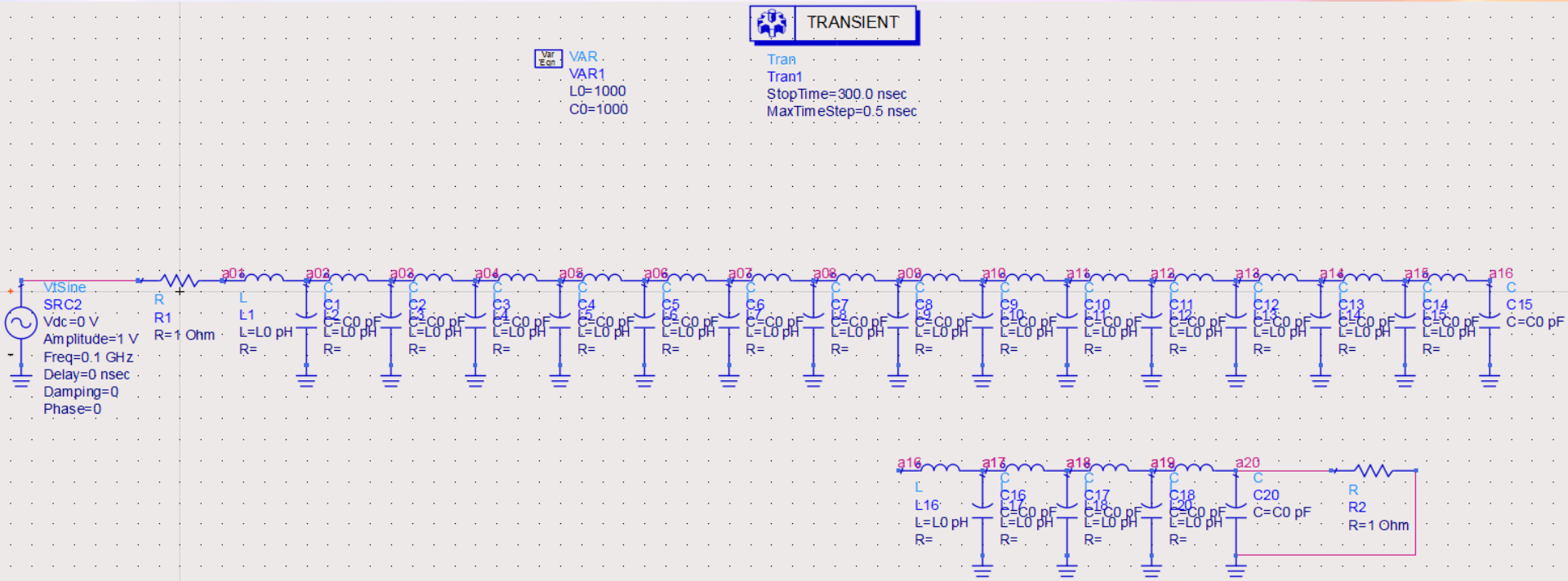
ADS仿真中，取 $L=1\text{nH}$, $C=1\text{nF}$, $f=0.1\text{GHz}$, 传输线分为19小段

$$\lambda = 10\Delta z \quad Z_c = 1\Omega \quad t = 1\text{ns}$$

ADS仿真结束后，保存结果为lossless-RLXRGX.txt文件，用TL.m显示结果

用ADS模拟传输线

8



利用cell_1电路，取源内阻 $R_g=1\ \Omega$ ， $R_L=0\ \Omega$

- 1、观察每一个node的电压随时间的变化；
估计入射波、反射波的到达时间：

对于node1，反射波的到达时间约为 $19*2*1\text{ns}=38\text{ns}$ ；

对于node10，入射波到达时间约为 $10*1\text{ns}=10\text{ns}$ ，再经过 $9*2*1\text{ns}=18\text{ns}$ 反射波到达；

- 2、取 $R_L=1\ \Omega$ 观察沿线电压随时间的变化，验证 $\lambda=10\Delta z$ 、波速，

- 3、改变端接负载，观察阻抗匹配和失配时的电压波形

$R_L=1\ \Omega$ ，传输线上只有行波；

$R_L\neq 1\ \Omega$ ，传输线上有驻波；

$R_L=1000\text{ohm}$ （开路）， R_L 处电压达到最大1V；

$R_L=0\text{ohm}$ （短路）， R_L 处电压达到最小0V；

利用step电路

改变源内阻 $R_g=10\ \Omega$ 、 $R_L=10\ \Omega$ ，观察沿线电压随时间的变化。负载和源端都产生反射波，反射波叠加，经过很长的时间到达稳态0.5V（分压电路）。

复习要点：

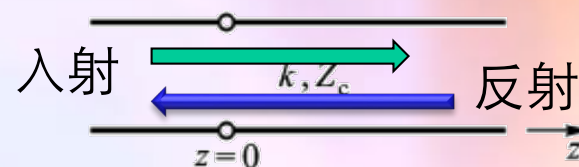
一、传输线方程及其解

$$\frac{dU}{dz} = -j\omega L' I$$

$$\frac{dI}{dz} = -j\omega C' U$$

$$U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_c} (U^i e^{-jkz} - U^r e^{jkz})$$



- 传播常数 $k = \omega \sqrt{L' C'}$
- 传输线上电压、电流与位置 z 有关，可分解为入射波与反射波之和；
- 电压入射波与电流入射波之比为特征阻抗 Z_c
- 电压反射波与电流反射波相位相差 180°

$$Z_c = \frac{1}{Y_c} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$