

电磁场与电磁波

作业：8.7，8.8，8.15，8.22

第26讲

8.7 口径天线

8.8 微带天线

8.9 瑞利散射

8.10 传输方程与雷达方程

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

8.7 口径天线

8.8 微带天线

8.9 瑞利散射

8.10 传输方程与雷达方程

口径天线：利用口径上的电场/磁场分布产生辐射，而非电流产生辐射。

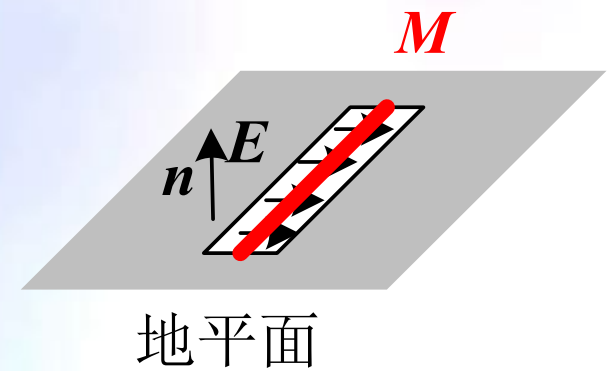
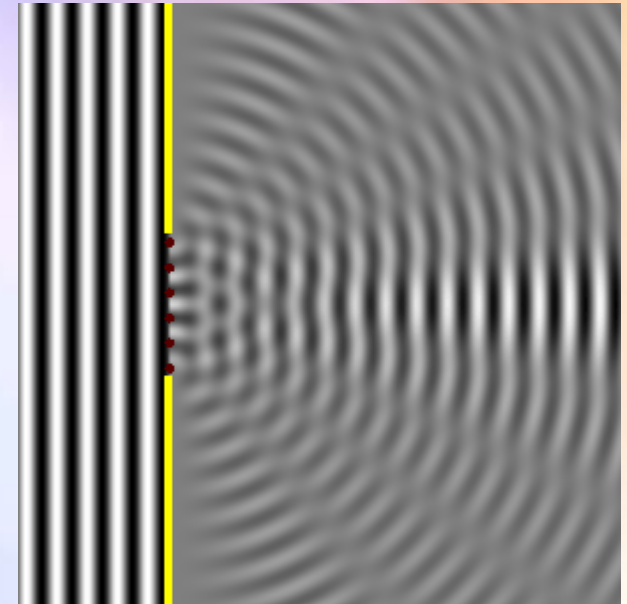
- 天线的口径远大于工作波长；
- 口径天线常用在无线电频谱的高频段，特别是微波波段；
- 口径天线：微带天线、波导喇叭天线、反射面天线等。

用惠更斯原理解释口径天线：

当平面波从图左边照射到一吸收屏，因为屏对电磁波是吸收的，按照惠更斯原理，屏右边的场只能由方孔处场源激励。所以被平面波照射的开有方孔的吸收屏就是口径天线或面天线。

口径天线分析方法：

根据等效原理，可以将口径上电场分布等效为磁流，口径天线看成是无限多磁振子组成的天线阵。 $\mathbf{M} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}$



口径天线的分析模型

分析模型：

将口径天线看成是无限多磁振子组成的天线阵，并当相邻振子间距趋于零时的极限。

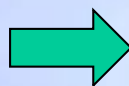
天线阵参数：

天线单元数为 N

相邻单元天线间距为 d

阵列天线总宽度 $w_x = (N - 1)d$ ，当 N 很大时，近似等于 Nd

单元天线激励磁流 I 沿 y 轴没有变化
相邻单元天线激励电流的相位差 $\psi = 0$

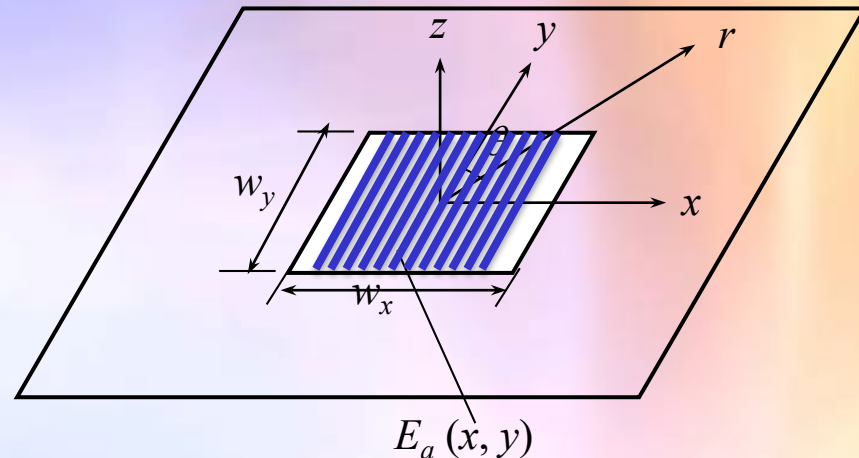


电场在口径等幅同相分布。
均匀口径

求天线阵总的辐射场 $E_t = E_e(\theta) F(\theta, \varphi)$

$E_e(\theta)$ —单元线天线辐射的场，等于磁基本振子辐射场再乘修正因子 $U_e(\theta)$ 。

$F(\theta, \varphi)$ —阵因子



口径天线示意图

口径天线的辐射场——关键是求阵因子 $F(\theta, \psi)$

5

考虑辐射的远区场， xz 平面内 $\theta = 90^\circ$ 附近的一个很小的区域：

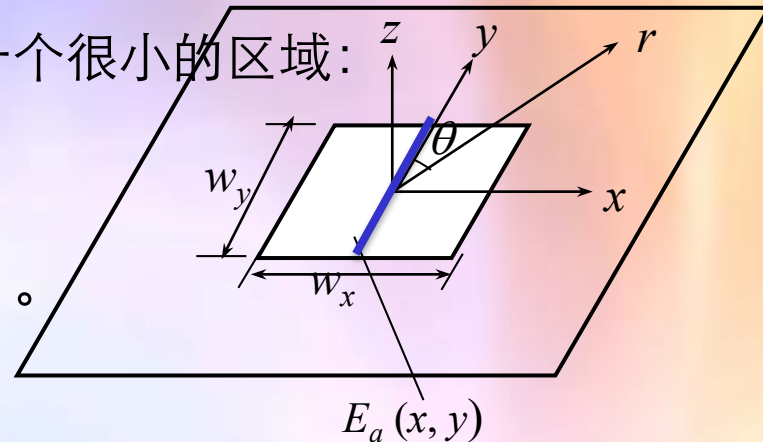
$\sin \theta$ 近似为1， $\cos \gamma = \sin \theta \sin \varphi = \sin \varphi$

$E_e(\theta)$ 可以认为与 θ 无关。

γ 为 r 和 x 的夹角， θ 为 r 和 y 的夹角， φ 在 xz 平面。

场分布主要由阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 决定

相邻单元天线相位差 $\psi = 0$



口径天线示意图

$$\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} = \frac{kd \sin \varphi}{2}$$

$F(\theta, \varphi) |_{\theta=90^\circ}$ 以 N 规一化的模

$$|F(\varphi)| = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin \frac{Nkd \sin \varphi}{2}}{\sin \frac{kd \sin \varphi}{2}} \right|$$

当 φ 很小（辐射范围在 z 轴附近）
或者 d 很小（ w_x 不变， N 很大）

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}}$$

$$|F(\varphi)| = \left| \frac{\sin \frac{Nkd \sin \varphi}{2}}{\frac{Nkd \sin \varphi}{2}} \right| = \left| \frac{\sin \frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}} \right| w_x \approx Nd$$

口径天线的辐射场— (x—y) 平面辐射方向图

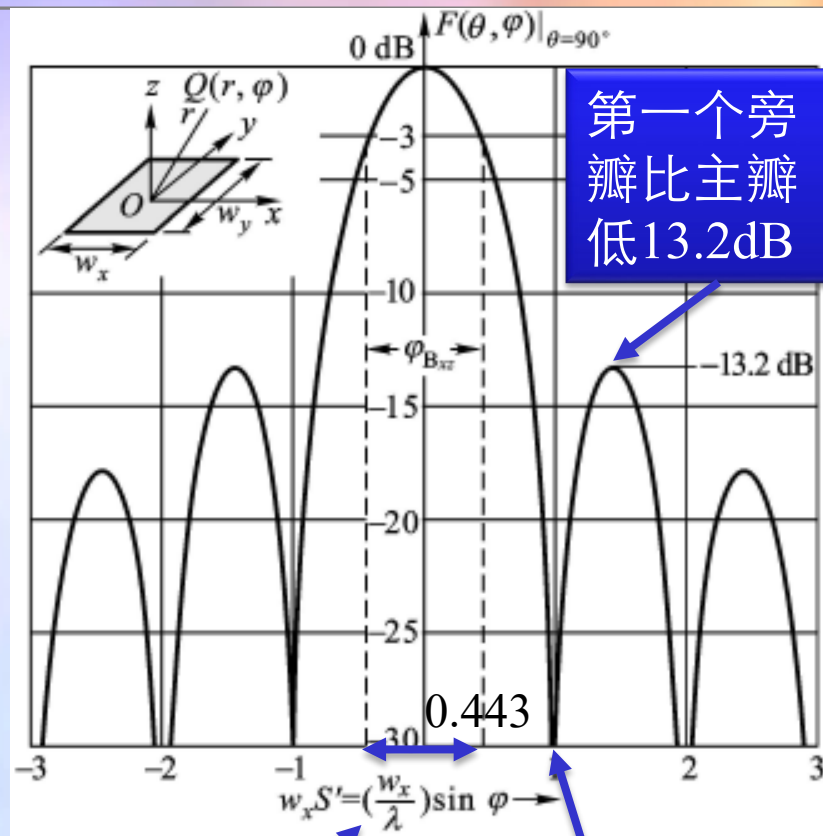
6

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = \left| \frac{\sin \frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}} \right|$$

定义, $s' = \sin \varphi / \lambda$
并引用辛格函数 (sinc函数)

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = |\text{sinc}(w_x s')|$$

$$20 \log_{10} |F(\varphi)| (\text{dB})$$



第一个旁瓣比主瓣低13.2dB

第一个零点位置

可求出波束宽度 φ_{Bxz} (半功率宽度)

口径天线的辐射场波束宽度 φ_B

7

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = |\text{sinc}(w_x s')| \quad s' = \sin \varphi / \lambda$$

当 $w_x s' = \pm 0.443$, $\text{sinc}(w_x s') = 0.707$

所以 $\frac{w_x}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.443$

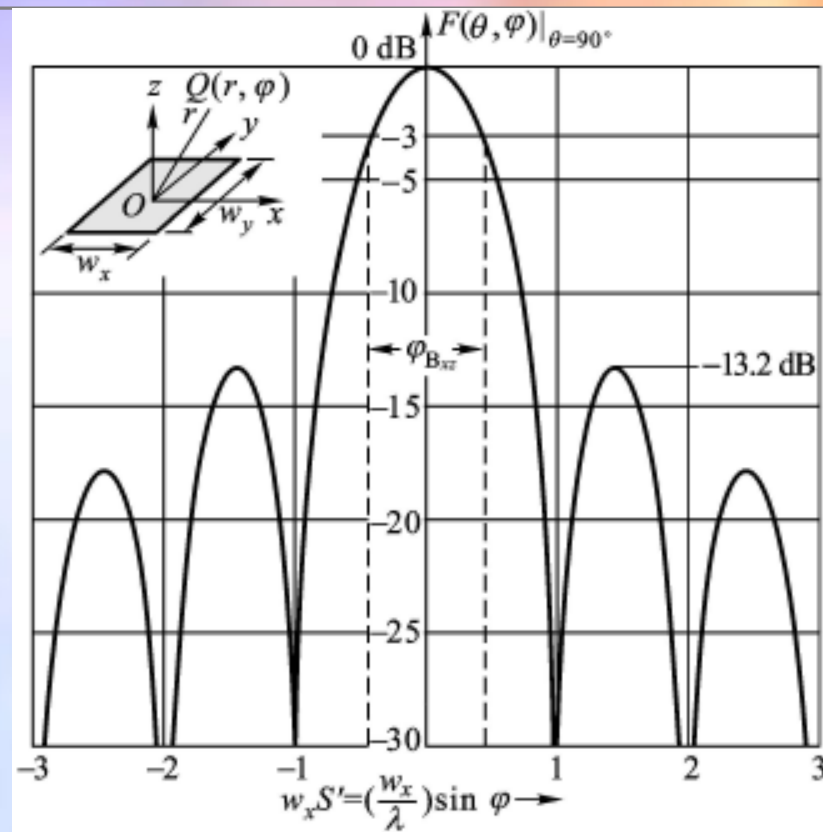
φ_{Bxz} 为 xz 平面内的波束宽度

■ 方法一

假定 $N=80$, $d=\lambda/2$, $w_x=Nd=40\lambda$

那么 $\frac{40\lambda}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.443$

$$\sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.0111 \quad \frac{\varphi_{Bxz}}{2} = 0.6346^\circ \quad \varphi_{Bxz} = 1.269^\circ$$



口径天线的辐射场波束宽度 φ_B

8

■ 方法二

$$\frac{w_x}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.443$$

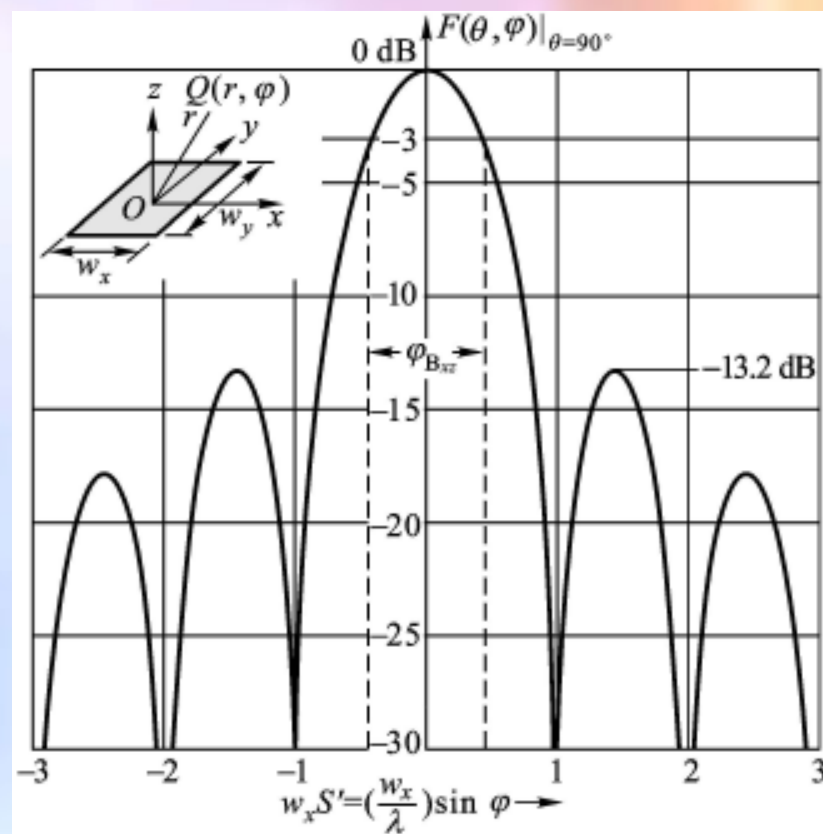
$$\begin{aligned}\varphi_{Bxz} &\approx 2 \sin \frac{\varphi_{Bxz}}{2} \\ &= 2 \times 0.443 \frac{\lambda}{w_x} = 0.886 \frac{\lambda}{w_x} \text{ (rad)}\end{aligned}$$

把以上 $w_x = Nd = 40\lambda$ 带入, 可得

$$\varphi_{Bxz} = 1.269^\circ$$

同理得到 yz 方向平面内的波束宽度

$$\varphi_{Byz} = 0.886 \frac{\lambda}{w_y}$$



口径天线的方向性系数和有效面积

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_B}$$

Ω_B 表示天线的功率都在该立体角内辐射出去，且在 Ω_B 内均匀分布。

对于方向性很好的笔形波束， Ω_B 可近似为

$$\Omega_B \approx \varphi_{B_{xz}} \varphi_{B_{yz}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_B} \approx \frac{4\pi}{\varphi_{B_{xz}} \varphi_{B_{yz}}} \quad (1)$$

更严格的分析可以得到：对于均匀分布的口径天线

均匀口径天线
有效面积
根据

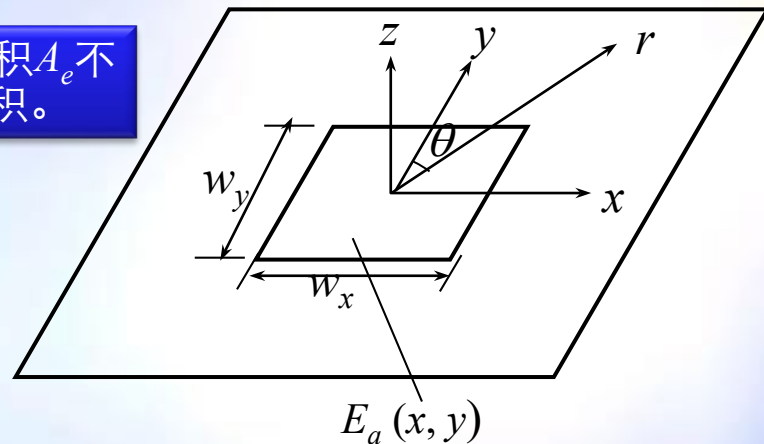
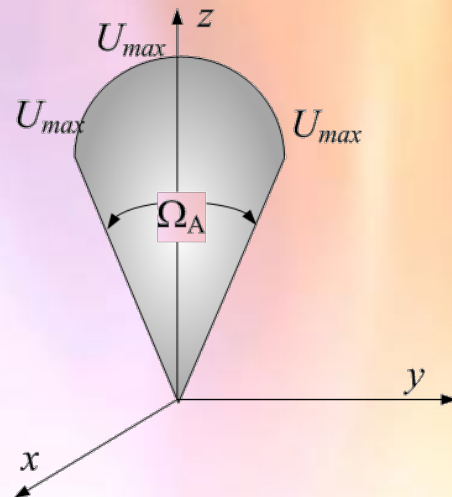
$$A_e = w_x w_y$$

口径天线有效面积 A_e 不大于实际口径面积。

$$D = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

$$D = \frac{4\pi w_x w_y}{\lambda^2}$$

(2)



常用口径天线

10

■ 喇叭天线

波导的变形

■ 抛物面天线

■ 卡塞格伦天线

有两个反射面:

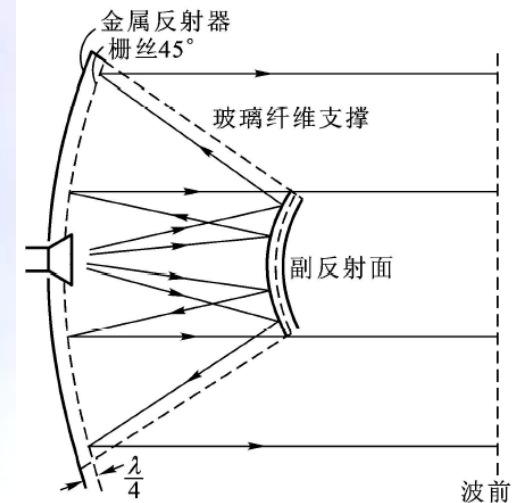
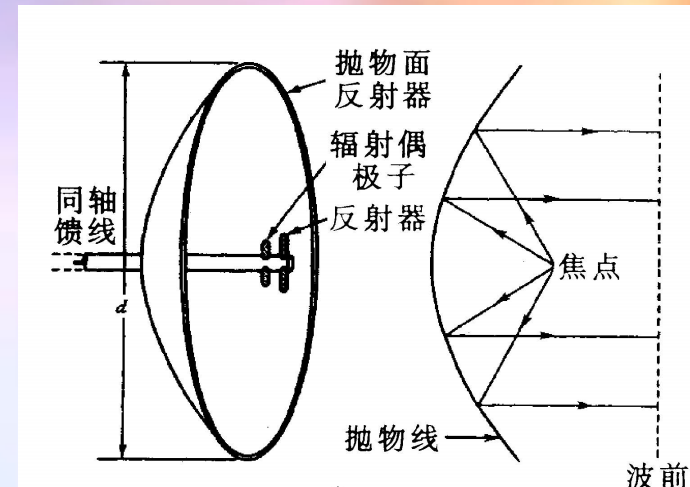
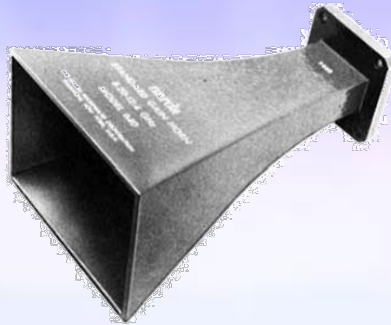
一个是主反射面，主反射面前处安放一个由金属栅丝组成的网，栅丝的方向相对于水平方向转过 45° 。另一个是副反射面，由埋在玻璃纤维中的水平方向的金属栅丝组成。馈源安放在主反射面中心，并对准副反射面。

■ FAST (500米口径球面射电望远镜)

世界在建的最大射电望远镜。

2001年，中科院立项；

2017年完成。



卡塞格伦天线



8.7 口径天线

8.8 微带天线

8.9 瑞利散射

8.10 传输方程与雷达方程

微带天线的结构及特点

结构：

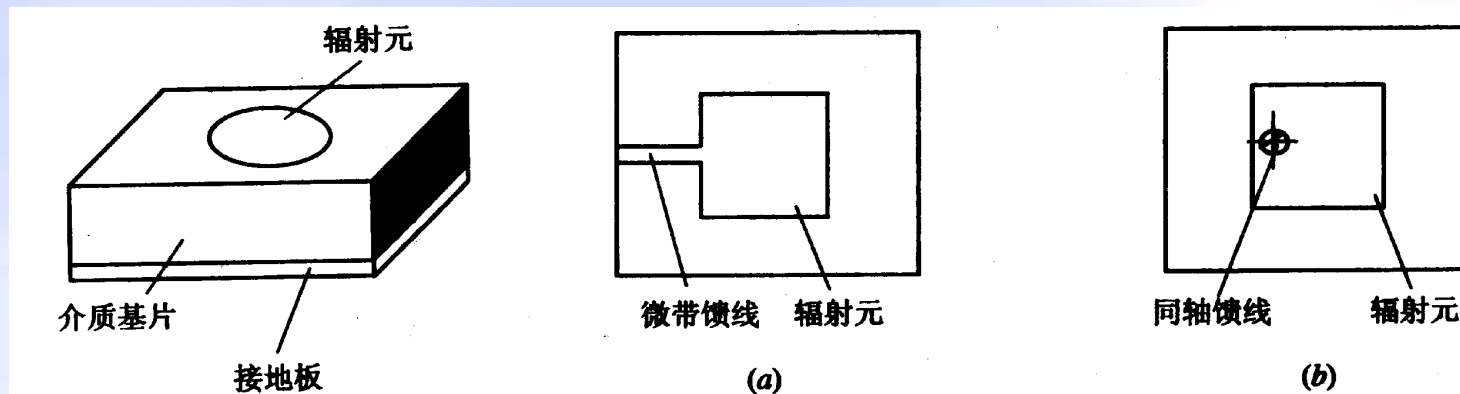
由一块厚度远小于波长的介质板和覆盖在它两面上的金属片构成的，其中完全覆盖介质板一片称为接地板，而尺寸可以和波长相比拟的另一片称为辐射元（贴片）。辐射元的形状可以是方形、矩形、圆形和椭圆形等。

馈电方式：侧面馈电，底馈，耦合馈电等。

主要特点：

体积小、重量轻、低剖面，因此容易做到与高速飞行器共形，且电性能多样化（如双频微带天线、圆极化天线等），尤其是容易和有源器件、微波电路集成为统一组件，因而适合大规模生产。

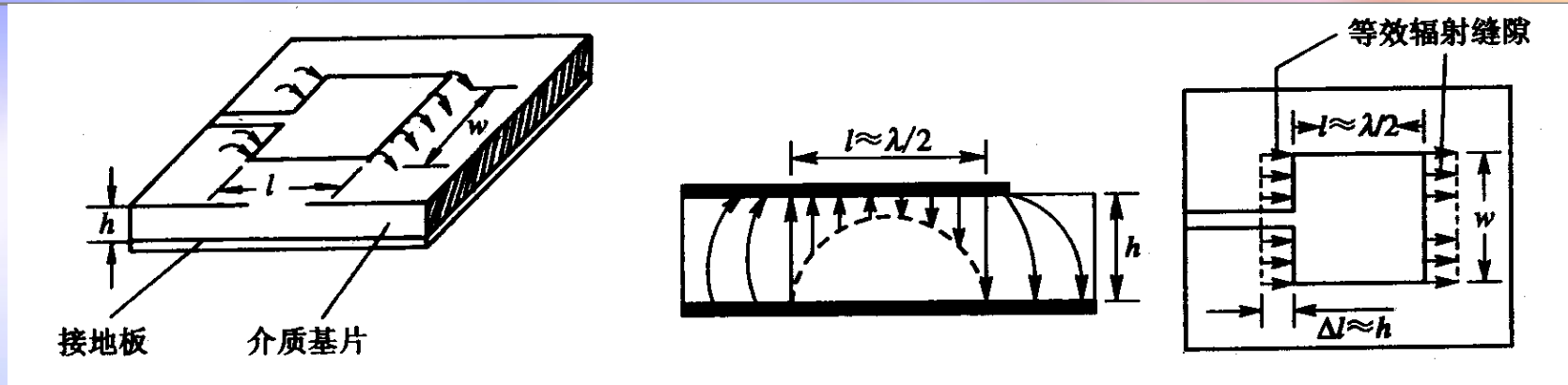
应用：在现代通信中，广泛地应用于100MHz到50GHz的频率范围。



微带天线的结构

微带天线的馈电

微带天线的辐射原理



矩形微带天线开路端电场结构

场分布侧视图

等效辐射缝隙

矩形微带天线的辐射原理：

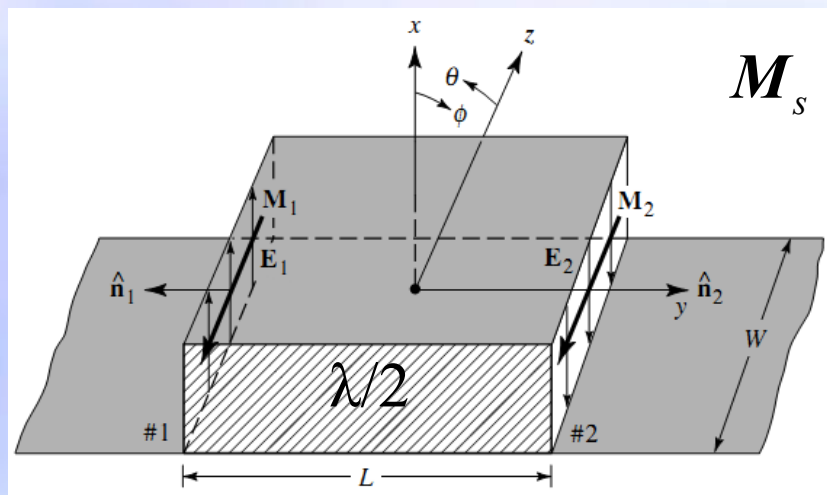
在主模下，微带天线的辐射可以等效为由两个缝隙所组成的二元阵列。

由于基片厚度 $h \ll \lambda$ ，场沿 h 方向均匀分布。假定场沿宽度 w 方向也没有变化，而仅在长度方向 ($l \approx \lambda/2$) 有变化（微带谐振器的10或者01模）。

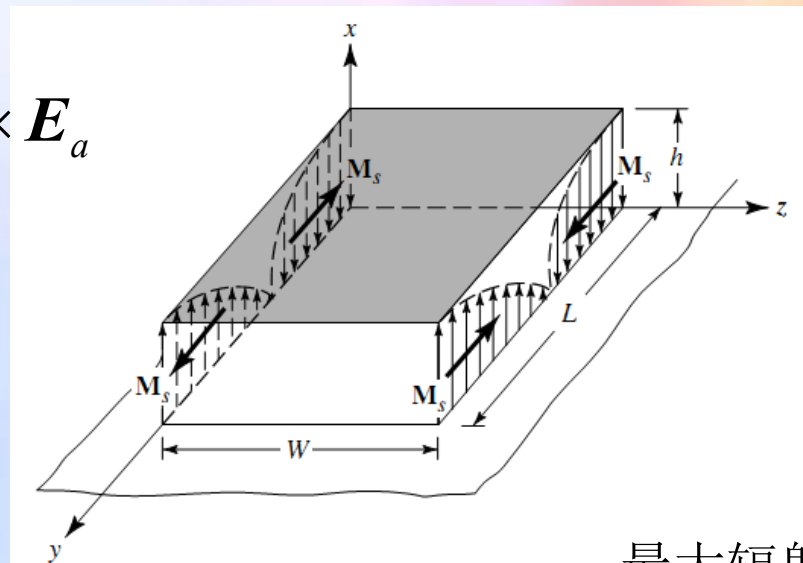
微带天线的辐射原理

沿L方向的电场分量方向相反，沿W方向的电场分量方向相同。

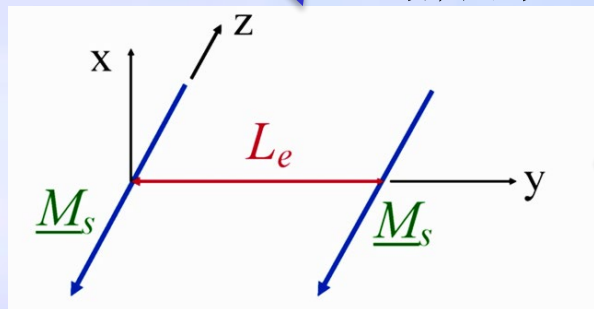
因此，两开路端的电场分量可以等效为**无限大平面上同相激励的两个缝隙**。
缝的宽度为 $\Delta l \approx h$ ，长度为 w ，两缝间距为 $l \approx \lambda/2$ 。



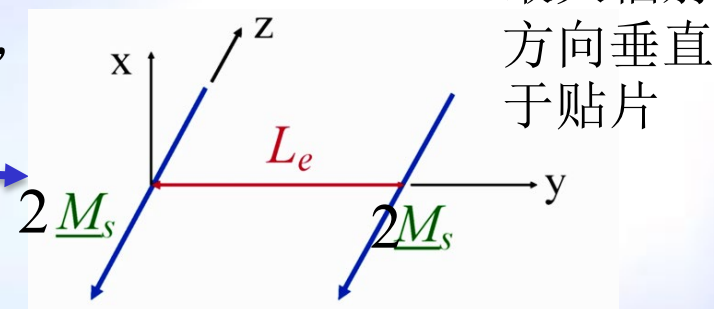
$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a$$



忽略贴片



根据镜像原理，
去掉地平面



最大辐射
方向垂直
于贴片

辐射场及方向函数

设缝隙上电压为 U ，缝的切向电场沿 x 轴均匀分布，

$E_x = U/h$ ，沿 z 方向的磁流密度

$$J_m = U / h$$

考虑到理想接地板上磁流的镜像，缝隙的等效磁流密度要乘2，故方向 z 等效磁流为

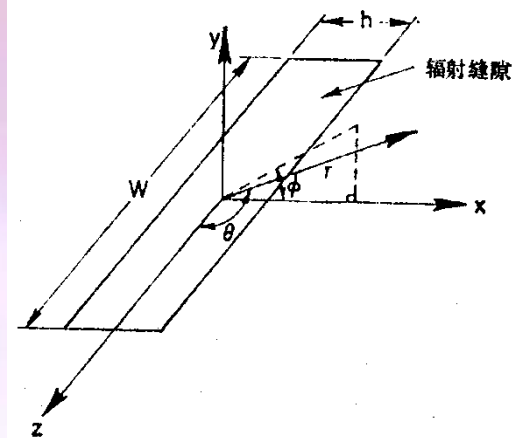
$$I_m = 2J_m h = 2U$$

再设磁流沿 z 方向也均匀的，并注意到 $h \ll \lambda$ ，则单缝辐射的远区场为

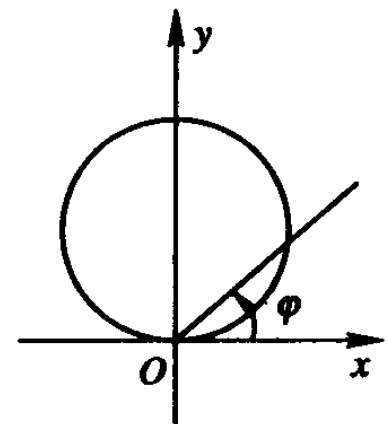
$$E_\varphi = -j2Ukw \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \frac{\sin(\frac{kw}{2} \cos \theta)}{\frac{kw}{2} \cos \theta} \sin \theta$$

因两缝隙天线间距 $l \approx \lambda/2$ ，又同相激励，当 $\theta = \pi/2$ 时，其 E 面辐射方向性函数为

$$F_T(\varphi) = \cos(\frac{k l}{2} \cos \varphi)$$



缝隙的辐射



微带天线方向图

增益低、频带窄、损耗大等缺点

8.7 口径天线

8.8 微带天线

8.9 瑞利散射

8.10 传输方程与雷达方程

瑞利散射模型

电磁波传播过程中碰到障碍物将发生散射，散射过程及其所表现的特性与障碍物的大小有强烈的依赖关系。

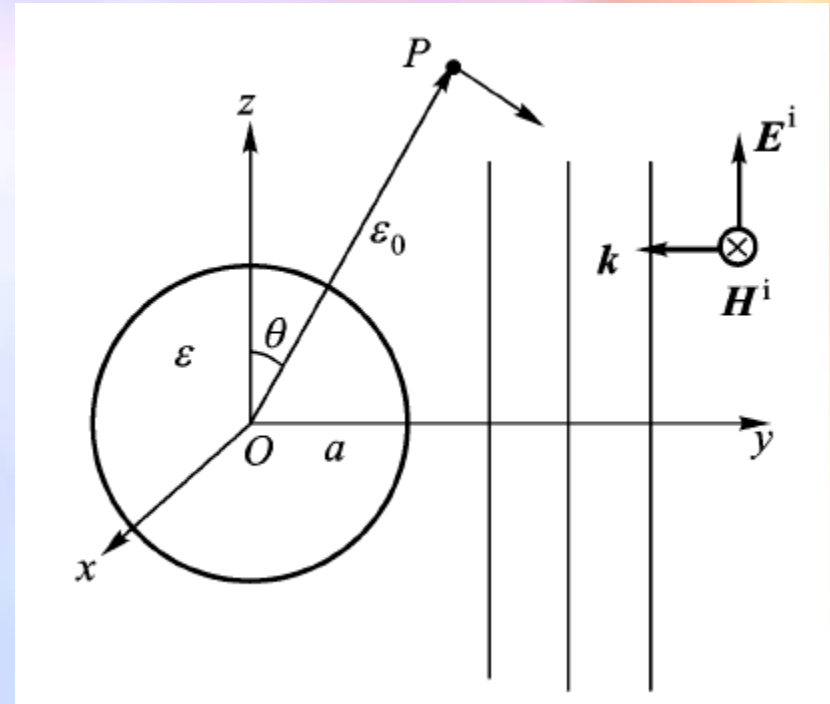
- 当障碍物为介质球且其直径比波长小得多时，介质球对电磁波的散射称为**瑞利散射**。
- 当介质球直径可与波长比拟时，介质球对电磁波散射就称为**Mie散射**。

瑞利散射模型：

设介质球的半径为 $a \ll \lambda$,

介电常数为 ε ，入射波为均匀平面波。

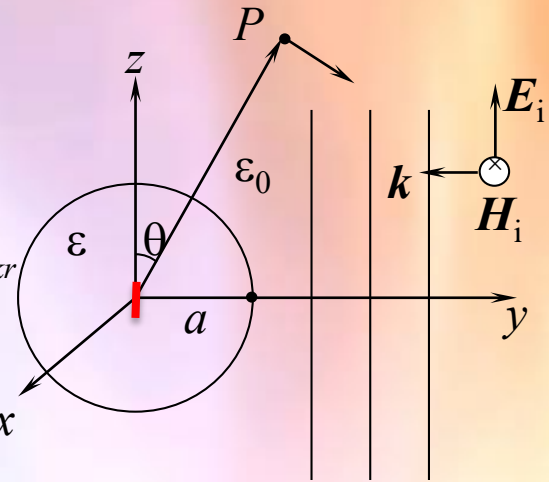
散射的基本机理是，当均匀平面波投射到介质小球时，将在介质小球内感应出**电偶极子**，这个偶极子按入射平面波频率振荡，这个振荡偶极子相当于一个偶极子天线向空间各个方向辐射电磁能量，即所谓散射场。



瑞利散射

介质小球的散射场可视为电基本振子辐射的场。参数 A 为偶极子源的幅度，通过以下边界条件求出。

$$\begin{cases} H_{\varphi} = \frac{A \sin \theta}{\eta_0 r^3} [jkr + (jkr)^2] e^{-jkr} \\ E_r = \frac{2A \cos \theta}{r^3} (1 + jkr) e^{-jkr} \\ E_{\theta} = \frac{A \sin \theta}{r^3} [1 + jkr + (jkr)^2] e^{-jkr} \end{cases}$$



介质球外部 $\left\{ \begin{array}{l} \text{介质球附近散射场, } \mathbf{E}_s = \frac{A}{r^3} [\mathbf{r}_0 2 \cos \theta + \theta_0 \sin \theta] \\ kr \ll 1 \end{array} \right.$

入射平面波 $\mathbf{E} = E_0 [\mathbf{r}_0 \cos \theta - \theta_0 \sin \theta] e^{-jk \cdot \mathbf{r}}$

均匀平面波照射介质球

介质球内部被激励的电场与入射波平行，其幅度设为

$$\mathbf{E}_i = B(\mathbf{r}_0 \cos \theta - \theta_0 \sin \theta)$$

在 $r=a$ 的介质球面上， $kr \ll 1$ 成立，由 $\mathbf{E}$ 切向分量、 $\mathbf{D}$ 的法向分量连续可得

$$E_0 + \frac{2A}{a^3} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} B, \quad -E_0 + \frac{A}{a^3} = -B \quad A = \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right) a^3 E_0$$

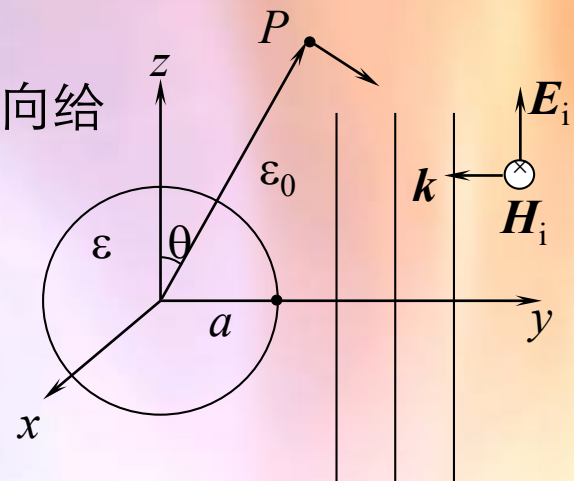
由此得到散射场的具体表达式。

散射截面

给定方向目标的**散射截面**定义为某一指定方向散射波辐射强度（坡印廷矢量幅值）乘 $4\pi r^2$ 与极化方向给定的入射平面波单位面积功率之比。

对于 z 方向极化的平面波被介质小球散射的情况，散射截面 $\sigma(\theta)$ 为

$$\sigma(\theta) = \frac{4\pi r^2 \langle \mathbf{S}^s \rangle \cdot \mathbf{r}_0}{\frac{1}{2}[E_0^2 / Z_0]} = 4\pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right)^2 k^4 a^6 \sin^2 \theta$$



均匀平面波照射介质球

散射功率密度在赤道面（ $\theta=90^\circ$ ）最强，包括前向和后向两个方向，正对着目标方向的散射截面 σ 值称为**后向散射截面**。后向散射截面决定了雷达能检测到的总功率强度。

散射功率正比于频率的四次方，这个定律称为瑞利散射定理。

求雨滴的后向散射截面：

雨滴为球形，直径 $2a=3\text{mm}$ ，频率 $f=10\text{GHz}$ （ 10GHz 时水的 $\varepsilon=61\varepsilon_0$ ）

波长大于雨滴直径，满足瑞利散射条件

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^9} \text{m} = 0.03 \text{m}$$

$$\frac{\sigma_{\text{总}}}{\pi a^2} = 0.024$$

天空为什么是蓝的

太阳光穿过大气层时将被散射，质点对高频分量的散射比对低频分量的散射更有效，紫光的频率约 $6.9 \times 10^{14} \text{Hz}$ ，而红光的频率约 $4.6 \times 10^{14} \text{Hz}$ ，所以

$$\frac{\sigma_{\text{总}}(\text{紫光})}{\sigma_{\text{总}}(\text{红光})} = \left(\frac{6.9}{4.6} \right)^4 = 5.1$$

换句话说，大气质点对紫蓝光的散射比对黄红光的散射差不多要强4倍，所以天空的颜色主要成分是紫色和蓝色，伴有绿色和黄色，红色成分很少。因为人眼对紫色不灵敏，所以人眼的感觉，天空是蓝色的。

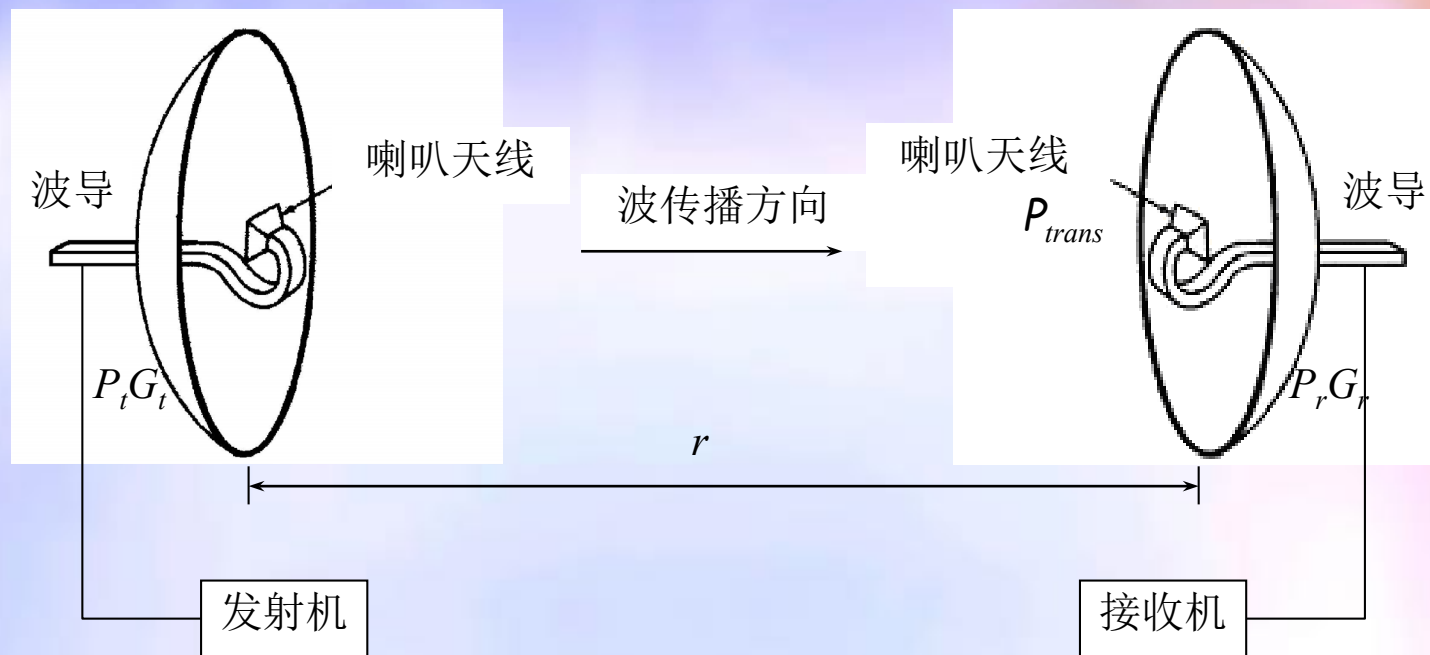
太阳从地平线升起为什么看上去呈红色？

8.7 口径天线

8.8 微带天线

8.9 瑞利散射

8.10 传输方程与雷达方程



$$G_t = \frac{dP / d\Omega}{P_t / 4\pi} \Rightarrow \frac{P_t G_t}{4\pi r^2} = \frac{dP / d\Omega}{r^2} = \frac{dP}{d\Omega r^2} = \frac{dP}{dS} = P_{trans}$$

接受天线处的功率密度

$$G_r = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} \Rightarrow P_{Rmax} = A_e P_{trans} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 P_t G_t G_r$$

Friis传输方程

注意：以上方程没有考虑极化失配和天线阻抗失配

地面站接收输入机端的载波功率

$$P_R = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \frac{G_r}{L} EIRP = \frac{EIRP}{L_p} \frac{G_r}{L}$$

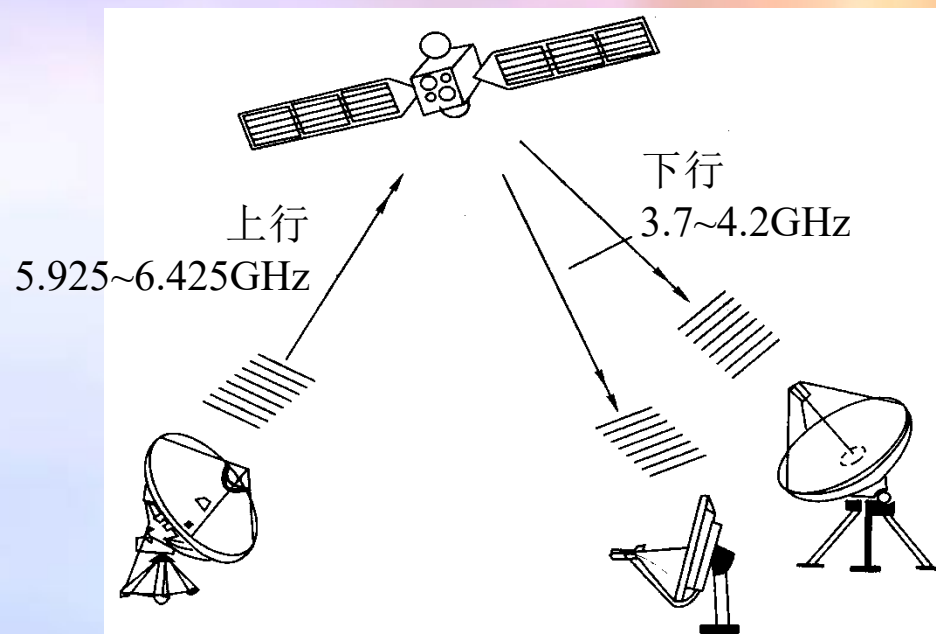
$EIRP = P_t G_t$: 卫星转发器对地面某一方向的**等效全向辐射功率**。

$$L_p = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 : \text{自由空间传输损失}$$

L : 其他附加损失（极化失配、阻抗失配、路径衰减等）

信噪比:
$$\frac{C}{N} = \frac{P_R}{P_N} = (EIRP) \frac{G_r}{kT_s B L_p L}$$

$$P_N = kT_s B$$



卫星通信的上行与下行线路

雷达方程

设 G 为天线增益，距天线 r 处由天线辐射来的脉冲功率密度为

$$P_{\text{trans}} = \frac{P_T G}{4\pi r^2}$$

如目标离开天线距离为 R ，则目标处功率密度为

$$P_{\text{target}} = \frac{P_T G}{4\pi R^2}$$

式中， P_T 为天线发送功率。

由目标反射并到达天线的功率密度为

$$P_{\text{rec}} = \frac{P_T G}{4\pi R^2} \left(\frac{\sigma}{4\pi R^2} \right)$$

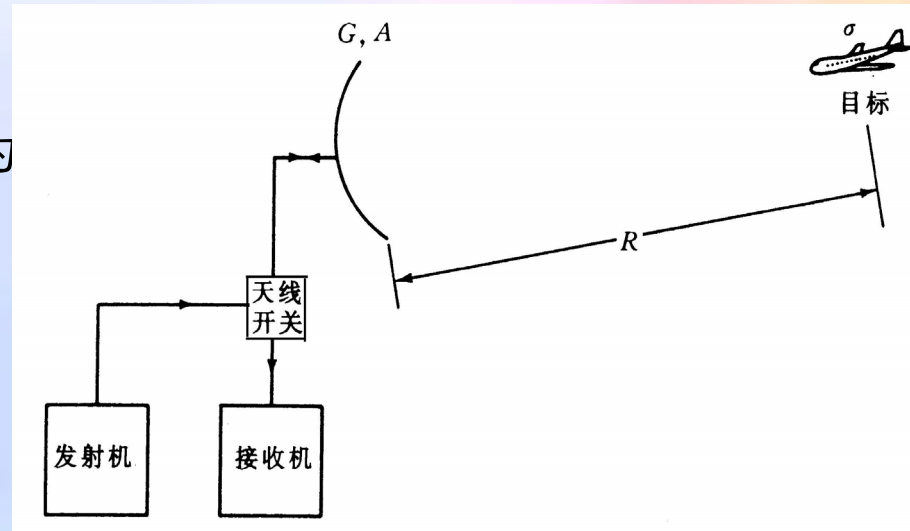
σ 为目标雷达截面

接收机接收到的功率为

$$P_R = P_{\text{rec}} A_e = P_{\text{rec}} \frac{\lambda^2 G}{4\pi}$$

或

$$P_R = \frac{P_T G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$



基本雷达系统

雷达作用距离 $R_{\text{max}} = \left[\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^2 P_{R\text{min}}} \right]^{\frac{1}{4}}$

目标雷达截面 σ

目标雷达截面 σ 既是目标接收面积的度量,也反映目标的辐射特性。给定方向的目标散射截面定义为某一指定方向散射波强度乘 $4\pi r^2$ 与极化方向给定的入射平面波单位面积功率之比。

对于直径 a 远大于波长的金属球, 雷达截面为 $\frac{\pi a^2}{4}$, 对于与雷达辐射波束垂直的平板, 雷达截面为

$$\sigma_{\text{平板}} = \frac{4\pi A_{\sigma}^2}{\lambda^2}$$

式中 A_{σ} 为平板的面积。

实际目标是相当复杂的, 其表面构成既有平面又有曲面, 不仅曲率半径不一致, 辐射特性也不一样。所以目标雷达截面要凭经验估计或通过缩尺模型的实测得到。即使对于同一目标, 其雷达截面从不同的角度测量也可能相差数十分贝, 如正对飞机飞行方向, 飞机雷达截面只有 1m^2 , 而在其侧面方向, 雷达截面可达 100m^2 。

复习要点

- 根据对偶原理，裂缝天线辐射的场可从线天线辐射的场得到。口径天线可以看作无限多裂缝天线组成的天线阵，其阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 与线阵天线有相同的表达式。
- 微带天线可看成2裂缝天线组成的线阵天线进行分析。
- 传输方程、雷达方程是点对点微波通信、雷达工作的基本方程，要理解、掌握。
- 当平面波照射介质小球时，将在介质小球内感应出电偶极子。这个振荡电偶极子相当于一个偶极子天线向空间各个方向辐射电磁波，这就是瑞利散射，总的散射功率 P 比例于频率的四次方。

复习范围

8.7~8.10