

# 电磁场与电磁波

作业：8.11，8.13，8.17，8.18

第25讲

## 8.5 线天线

1. 短振子天线
2. 中心激励振子天线
3. 单极天线

## 8.6 阵列天线

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

## 8.5 线天线

1. 短振子天线
2. 中心激励振子天线
3. 单极天线

## 8.6 阵列天线

电基本振子的应用缺陷：

实际电流非均匀分布；辐射效率低  $R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \frac{(\Delta l)^2}{\lambda^2}$

线天线模型：

横向尺寸远小于纵向尺寸，并小于波长的细长结构的天线称为线天线。

线天线分析方法：

将线天线分解为无限多个电基本振子的组合。整个天线辐射的场就是所有这些小天线辐射场的叠加。

每个电基本振子满足：

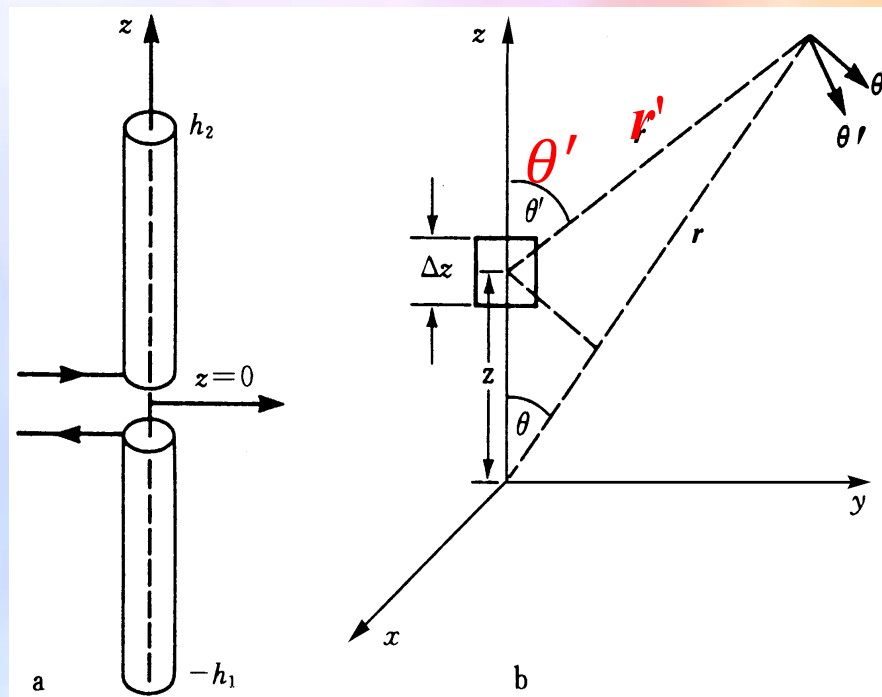
振子长度小于 $0.1\lambda$ ，即 $\Delta l / \lambda < 0.1$ ；

振子半径 $a$ 与波长 $\lambda$ 之比 $a/\lambda < 0.01$ 。

一个典型子单元，在自由空间其辐射场

$\Delta E$ 为

$$\Delta E = \theta'_0 \frac{jI(z)k\Delta l\eta_0 e^{-jkr'} \sin \theta'}{4\pi r'}$$



$$\Delta E = \theta'_0 \frac{jI(z)k\Delta l\eta_0 e^{-jk r'} \sin \theta'}{4\pi r'}$$

在远区， $r$ 和 $r'$ 比天线长度大得多

$$\theta \approx \theta' \quad r' \approx r - z \cos \theta$$

$$\Delta E = \theta_0 \frac{jI(z)k\Delta l\eta_0 e^{-jk(r-z\cos\theta)}}{4\pi r} \sin \theta$$

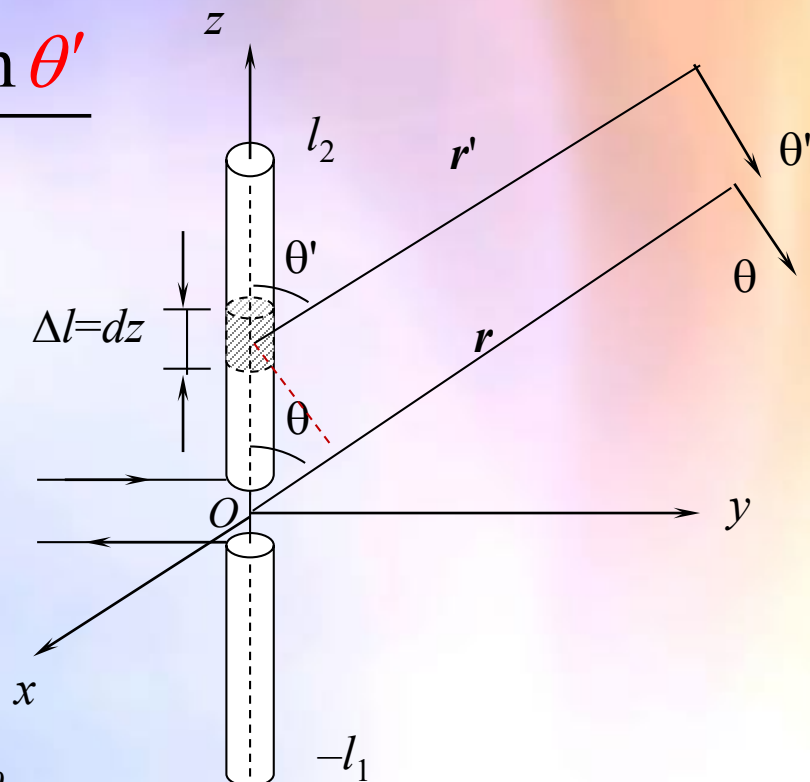
整个天线辐射的场为

$$E = \int_{-l_1}^{l_2} \Delta E = \theta_0 \int_{-l_1}^{l_2} \frac{jI(z)k\eta_0 e^{-jkr} e^{jkz\cos\theta}}{4\pi r} \sin \theta dz$$

有限长度的线 天线

$$= \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$$

位于原点、 $I\Delta l=1$ 的电基本振子辐射场



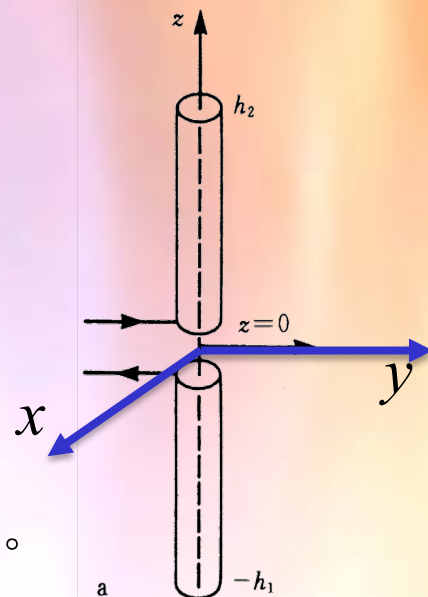
$$U(\theta) = \int_{-l_1}^{l_2} I(z) e^{jkz\cos\theta} dz$$

修正因子：表示天线上不同部分辐射的电场在远区的干涉，在某些方向同相加强，在另一些方向则反相削弱。

同样可得

$$\mathbf{H} = \varphi_0 \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$$

$$U(\theta) = \int_{-l_1}^{l_2} I(z) e^{jkz \cos \theta} dz$$



- 线天线辐射的场等于电偶极子辐射的场乘上修正因子 $U(\theta)$ 。
- 对于远区
  - ◆ 线天线辐射场与电基本振子辐射场在圆周方向（ $\varphi$ 方向）都以天线轴对称，没有变化。
  - ◆ 在 $\theta$ 方向，电基本振子按 $\sin \theta$ 变化，天线轴的方向 $\theta = 0$ 没有辐射，与天线垂直的方向， $\theta = 90^\circ$ ，辐射最强。
- 以上和后面的计算中没有考虑天线的辐射场对天线上电流分布的影响，实际中采用矩量法求解电场积分方程，精确得到天线上电流分布。

短振子天线模型：  $l \ll \lambda$ 。

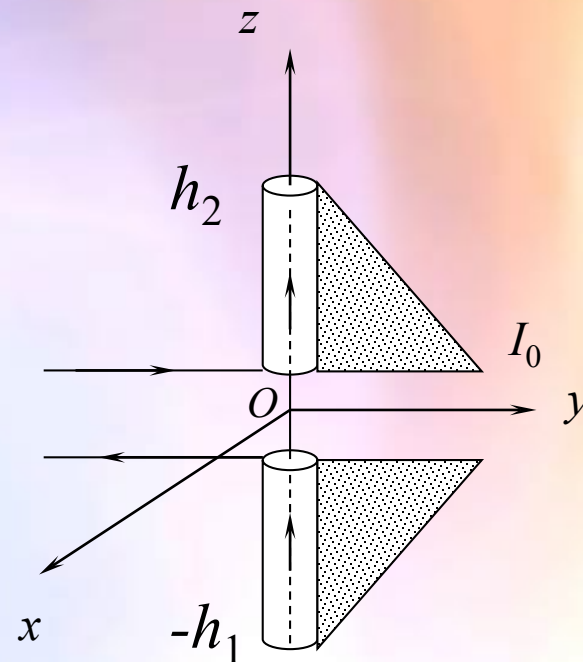
电流由中间最大值  $I$  线性地递降到端点的零

$$I(z) = \begin{cases} I_0(1 - \frac{z}{h_2}) & z \geq 0 \\ I_0(1 + \frac{z}{h_1}) & z < 0 \end{cases}$$

应用  $k(h_1 + h_2) \ll 1$  条件，得到

$$U(\theta) = \int_{-h_1}^{h_2} I(z) e^{jkz \cos \theta} dz \approx \int_{-h_1}^{h_2} I(z) dz = \frac{1}{2} I_0 (h_1 + h_2)$$

所以用电基本振子辐射场公式计算短振子天线的场，只要将  $\Delta l = h_1 + h_2$  以及  $I = I_0/2$  代入即可。



短振子天线

# 中心激励振子天线

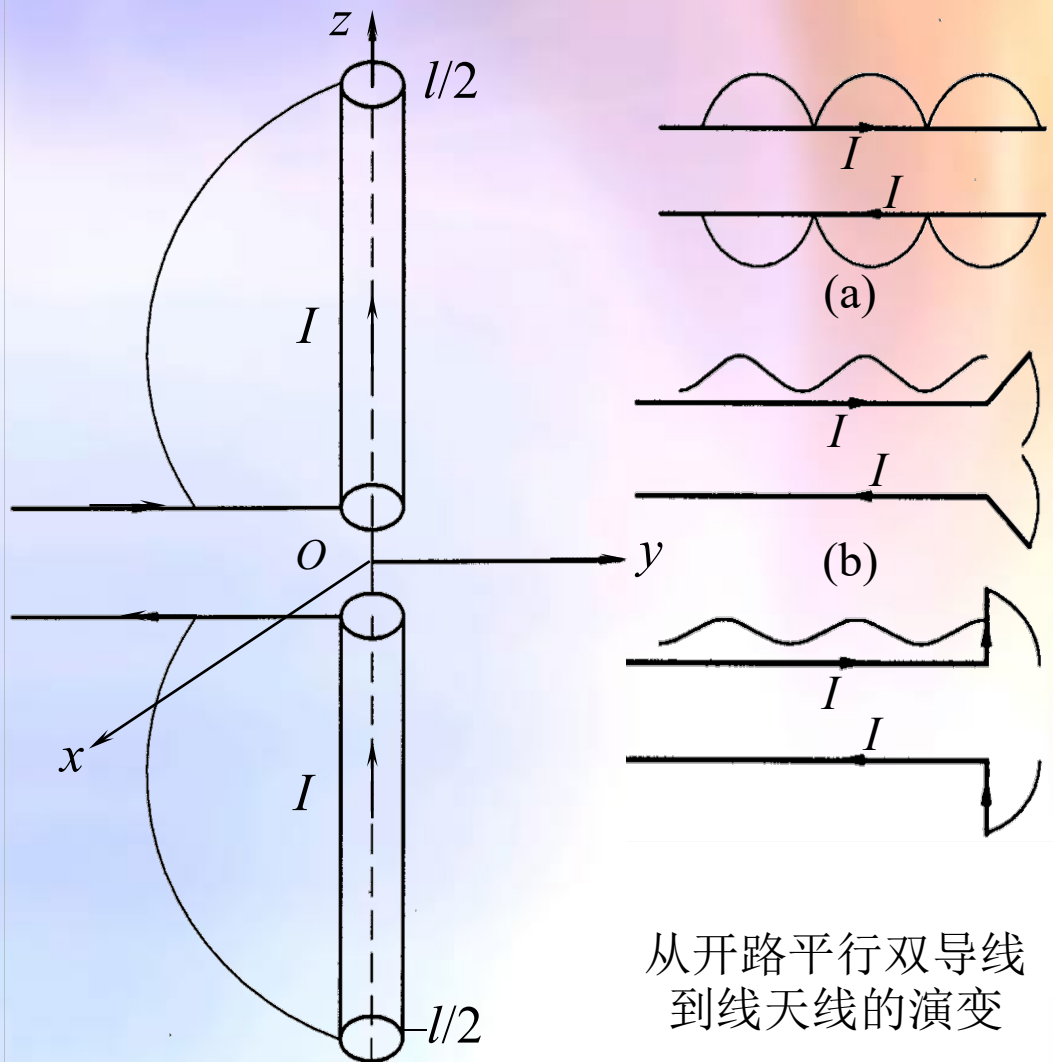
7

中心激励振子天线可以看成  
是终端开路平行双导线的演变

弯折段的电流分布仍可用终  
端开路时的驻波分布近似

$$I(z) = I_0 \sin[k(\frac{l}{2} - |z|)]$$

为什么终端短路的传输线不能  
辐射电磁波，中心激励的振子  
天线可以辐射电磁波？



从开路平行双导线  
到线天线的演变

中心激励振子天线

# 中心激励振子天线

$$I(z) = I_0 \sin[k(\frac{l}{2} - |z|)]$$

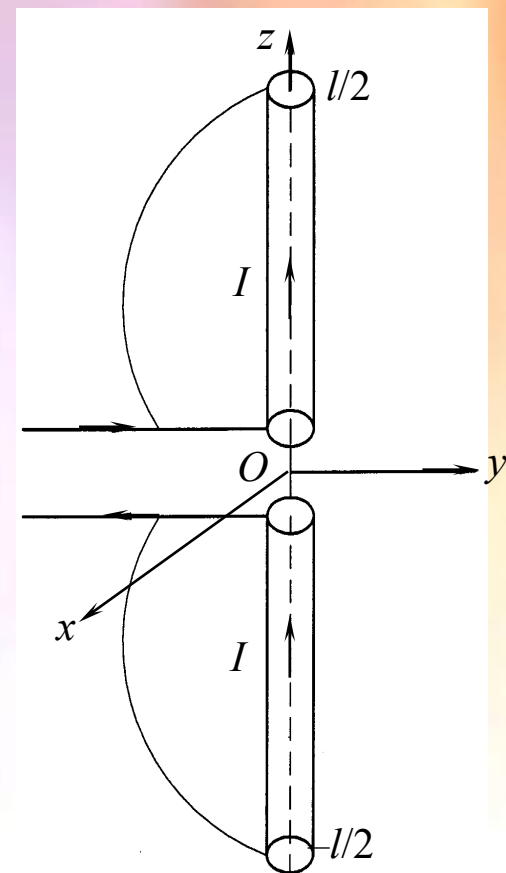
$$U(\theta) = I_0 \int_{-l/2}^{l/2} \sin\left[k\left(\frac{l}{2} - |z|\right)\right] e^{jkz \cos \theta} dz$$

$$= I_0 \frac{2}{k \sin^2 \theta} \left[ \cos\left(\frac{kl}{2} \cos \theta\right) - \cos \frac{kl}{2} \right]$$

因此线天线的辐射场为

$$\mathbf{E} = \theta_0 \eta_0 \frac{jI_0 e^{-jkr}}{2\pi r \sin \theta} \left[ \cos\left(\frac{kl}{2} \cos \theta\right) - \cos \frac{kl}{2} \right]$$

当  $\theta \rightarrow 0$ , 由洛必塔 (L'hospital) 法则给出  $|E_\theta| \rightarrow 0$ , 即在线天线轴的方向没有电磁辐射。



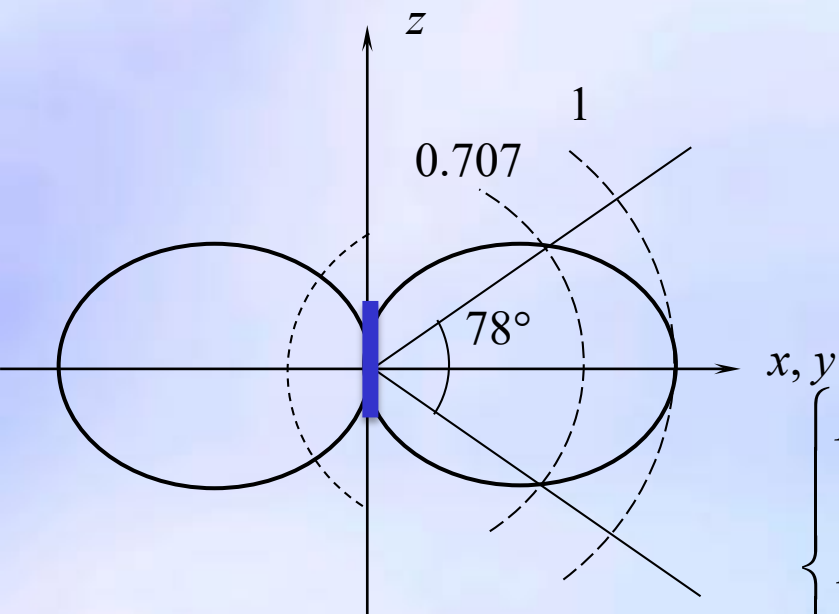
中心激励振子天线

# 中心激励振子天线举例

## 1. 半波振子天线

$l = \lambda/2, kl = \pi$   $\longrightarrow$  对应教材P85, 终端开路传输线谐振。

$$|E_{\theta}| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \right|$$

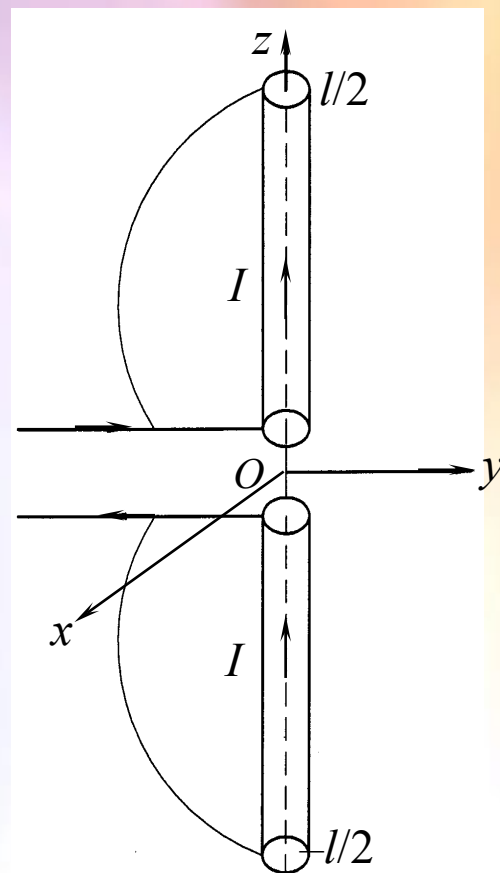


半波振子天线方向图

$$D = 1.643$$

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = 0.13\lambda^2$$

$$R_{rad} = 73\text{ohms}$$



中心激励振子天线

容易与50ohm  
传输线匹配

# 中心激励振子天线举例

10

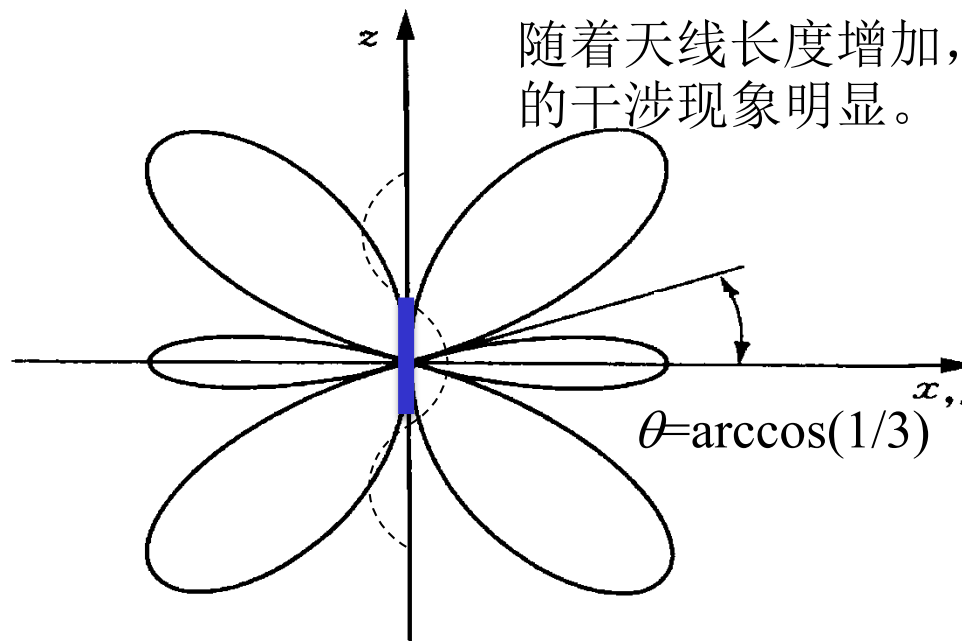
2. 1.5波长振子,  $l=3\lambda/2$ ,  $kl=3\pi$

3. 2波长线天线,  $l=2\lambda$

$$|E_{\theta}| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} \left| \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cos \theta\right) \right|$$

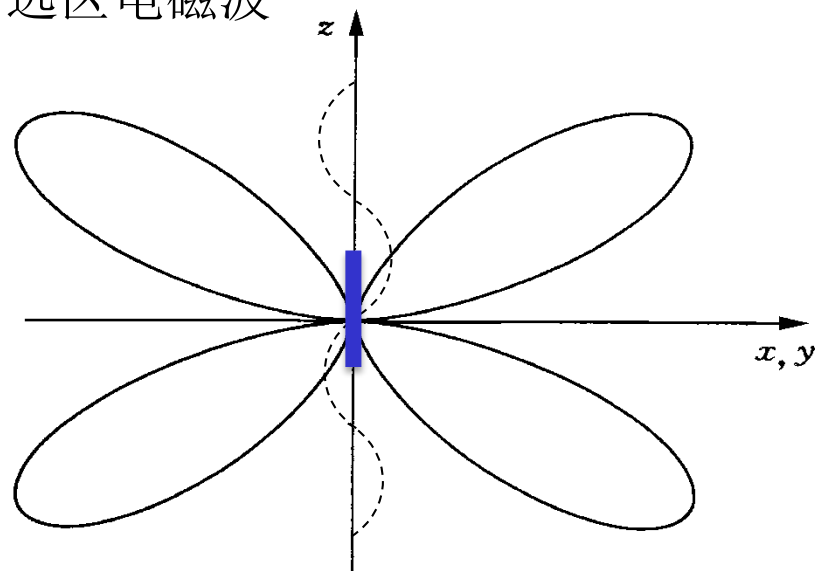
$$|E_{\theta}| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} \left| \cos(2\pi \cos \theta) - 1 \right|$$

随着天线长度增加, 远区电磁波的干涉现象明显。



1.5λ线天线辐射方向图

当  $\theta=0^\circ$ 、 $180^\circ$  以及  $\theta=\arccos(1/3)$ ,  $\arccos(-1/3)$ ,  $|E_{\theta}|=0$

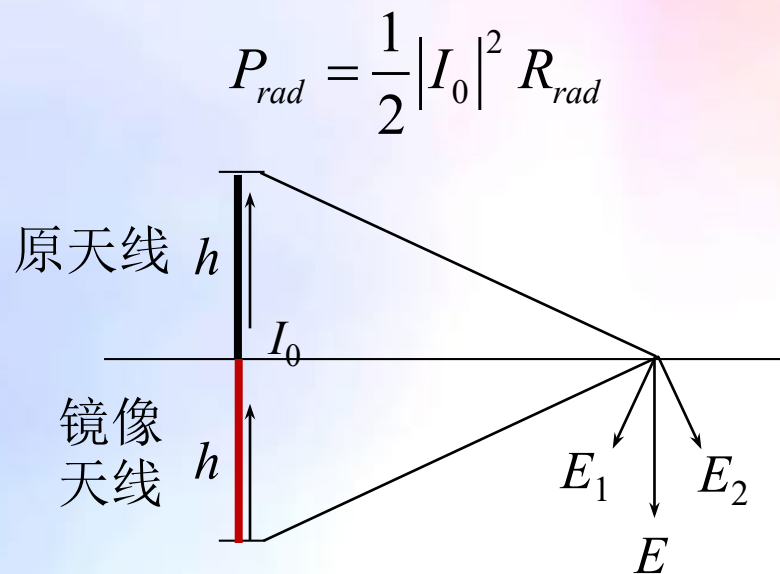
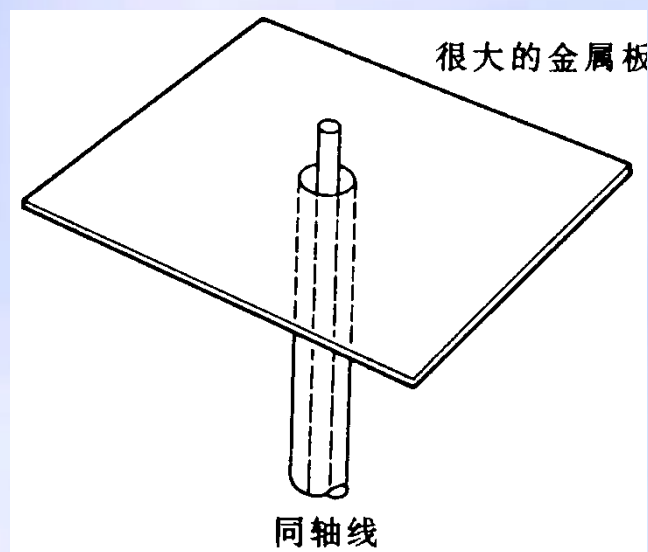


2λ线天线辐射方向图

当  $\theta=0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  与  $270^\circ$  时,  $|E_{\theta}|=0$

图示的单极天线，将同轴线的外导体与接地面相连，内导体伸出接地面而成。

内导体伸出接地面 $h$ 的单极天线辐射场与中心激励的高度为 $2h$ 的振子天线辐射场相似，如果接地面为无限大的完纯导电面，根据**镜像原理**，单极天线场与中心激励的偶极子天线场完全一样，**但是单极天线的输入阻抗（定义为**中心激励点的电压与电流之比**）只有中心激励偶极子天线输入阻抗的一半。**



$$P_{rad} = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_{rad}$$

## 8.5 线天线

1. 短振子天线
2. 中心激励振子天线
3. 单极天线

## 8.6 阵列天线

# 阵列天线

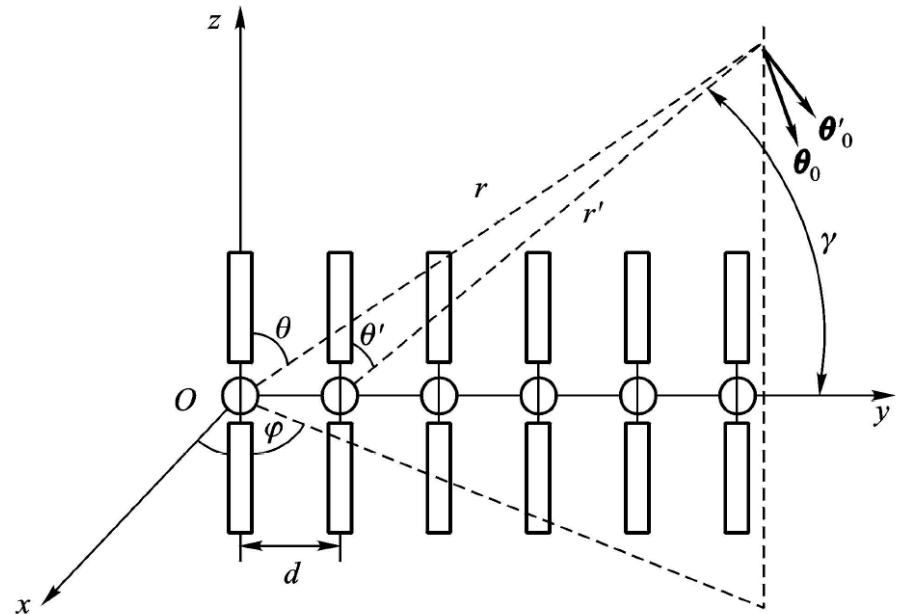
阵列天线（**天线阵**）一般由许多相同的辐射单元（具有相同的辐射方向图）组成，这些单元按一定方式排列、激励以得到所需的辐射方向图。

一维天线阵：阵单元排列为一条直线。

组成列阵天线的辐射单元都相同，都按 $z$ 方向指向且沿 $y$ 轴**均匀排列**，

每一辐射单元激励**电流的幅值相同**，而激励电流的相位，对于相邻两辐射单元**相差 $\psi$** ，即第一个辐射单元的激励电流为 $I(z)$ ，第二个单元为 $I(z)e^{j\psi}$ ，第三个单元为 $I(z)e^{j2\psi}$ ，等等。**线性均匀阵列**

分析方法：应用叠加定理，列阵天线辐射的场是每个辐射单元辐射场的总和。



均匀列阵天线

$$\mathbf{E}_1 = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$$

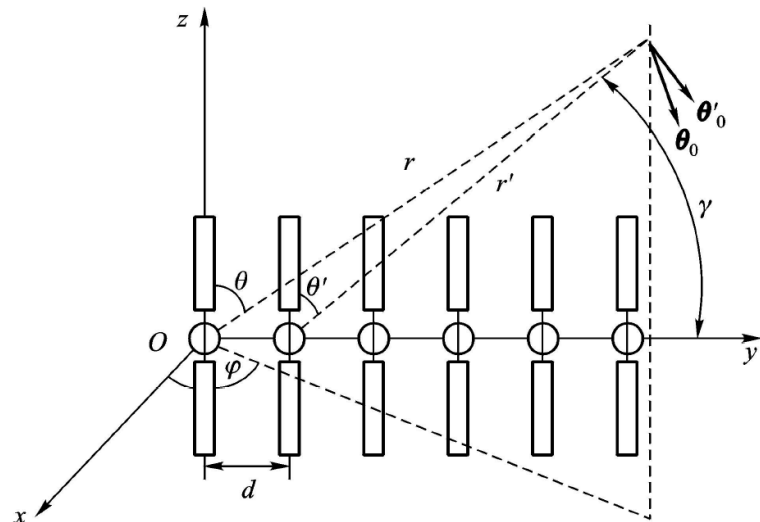
$$\mathbf{E}_2 = \theta'_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr'}}{4\pi r'} \sin \theta' e^{j\psi} U(\theta')$$

在远区

$$\theta' = \theta$$

$$r' = r - d\mathbf{y}_0 \cdot \mathbf{r} = r - d \cos \gamma = r - d \sin \theta \sin \varphi$$

均匀列阵天线



$$\mathbf{E}_2 = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} e^{jkd \sin \theta \sin \varphi} \sin \theta e^{j\psi} U(\theta) = \mathbf{E}_1 e^{j(kd \sin \theta \sin \varphi + \psi)}$$

天线阵的总场

$$\mathbf{E}_t = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta) \{1 + e^{j(\psi + kd \cos \gamma)} + \dots + e^{j[(N-1)(\psi + kd \cos \gamma)]}\}$$

$$U(\theta) = \int_{-h}^h I(z) e^{jkz \cos \theta} dz$$

$$E_t = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta) \{1 + e^{j(\psi + kd \cos \gamma)} + \dots + e^{j[(N-1)(\psi + kd \cos \gamma)]}\}$$

括号中的项取如下和的形式  $\sum_{n=0}^{N-1} x^n = \frac{1-x^N}{1-x}$  其中  $x = e^{j(\psi + kd \cos \gamma)}$

所以列阵天线总的辐射场可分解为两项的乘积  $E_t = E_1(\theta)F(\theta, \varphi)$

第一项为中心激励单元天线产生的场，第二项叫做阵因子

$$F(\theta, \phi) = \frac{1 - e^{j[N(\psi + kd \cos \gamma)]}}{1 - e^{j(\psi + kd \cos \gamma)}}$$

总的辐射电场的模为  $|E_\theta| = |E_1| |F|$

因为  $|1 - e^{jx}| = |2j \sin(\frac{x}{2}) e^{jx/2}| = 2 \sin \frac{x}{2}$  所以

$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

# 二个天线元组成的线阵天线

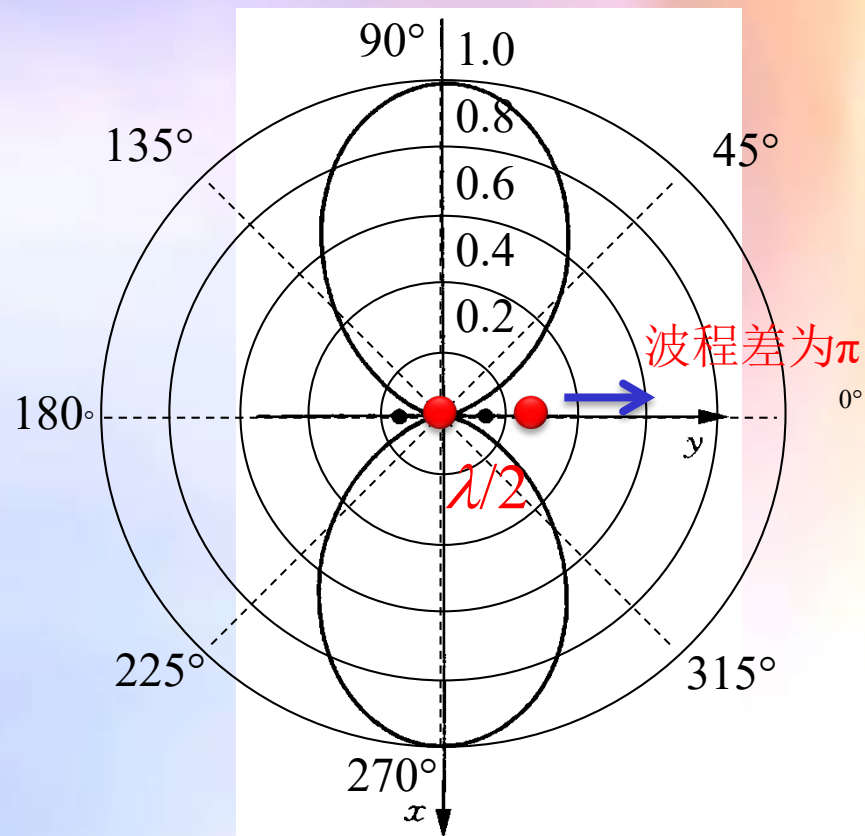
$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

$$d = \lambda/2, \quad kd = \pi$$

两个辐射单元同相激励,  
即  $\psi = 0$

$$\theta = \pi/2$$

$$|E_\theta| = \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sin \varphi \right) \right|$$



辐射方向图, 两个辐射单元,  $d = \lambda/2$ ,  $\psi = 0$

# 二个天线元组成的线阵天线

17

$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

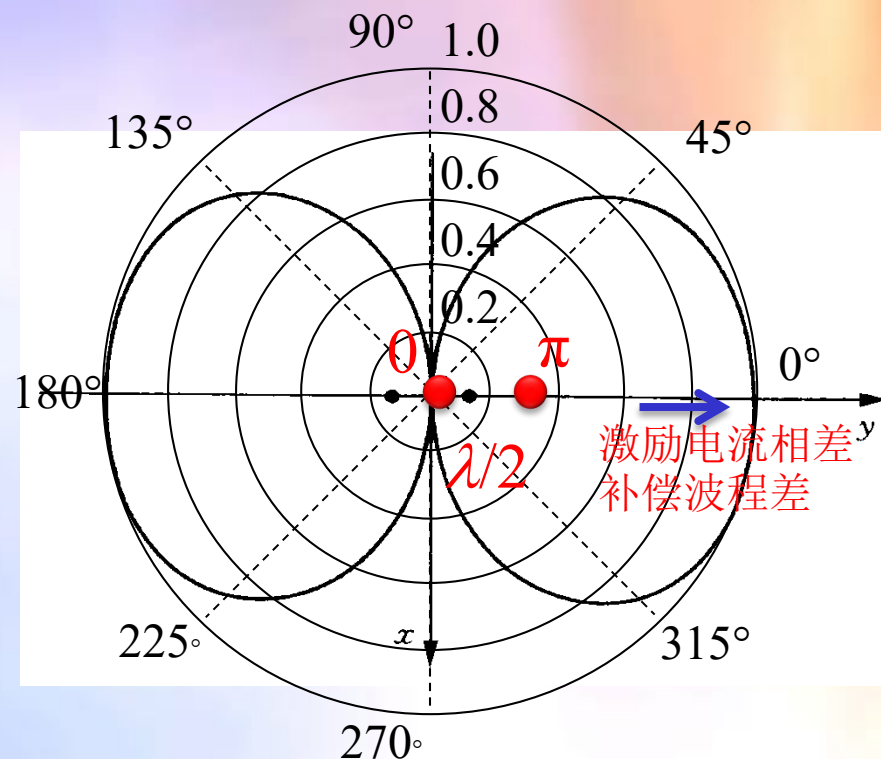
$$d = \lambda/2, \quad kd = \pi$$

两个辐射单元反相激励,

$$\text{即 } \psi = \pi$$

$$\theta = \pi/2$$

$$|E_\theta| = \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sin \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right|$$



辐射方向图, 两个辐射单元,  $d = \lambda/2$ ,  $\psi = \pi$

# 二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

$$d = \lambda/2, \quad kd = \pi$$

两个辐射单元正交激励,  
即  $\psi = \pi/2$

$$\theta = \pi/2$$

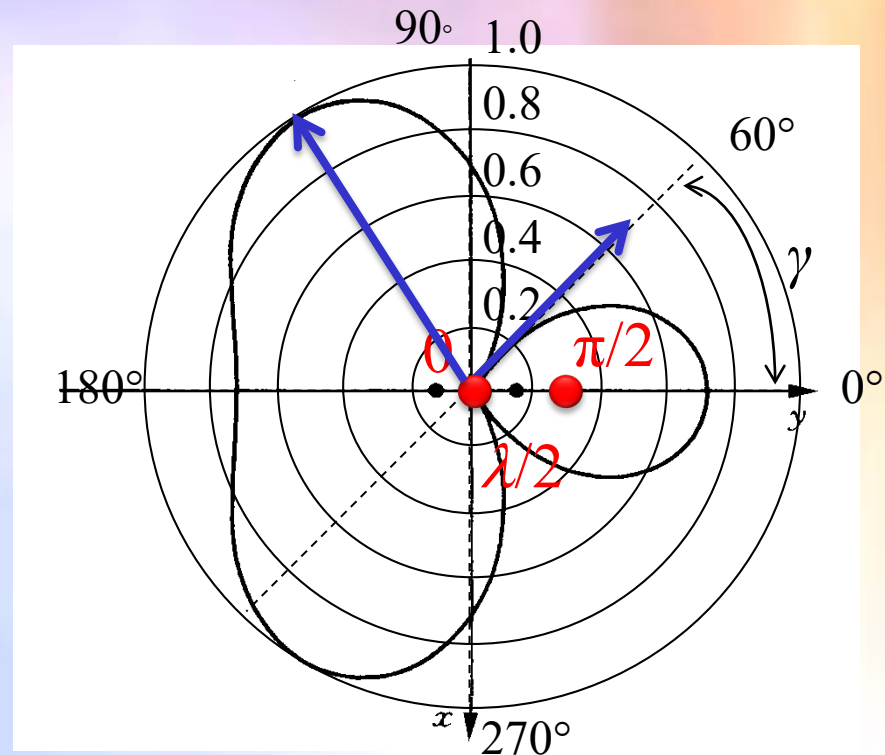
$$|E_\theta| = \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sin \varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

求零辐射方向  $e^{-jkd \cos \gamma} = e^{-j\pi/2}$

$$\pi \cos \gamma = \pi / 2$$

$$\gamma = 60^\circ \text{ or } \varphi = 150^\circ$$

求最大辐射方向



辐射方向图,  
两个辐射单元,  $d = \lambda/2, \psi = \pi/2$

# 二个天线元组成的线阵天线

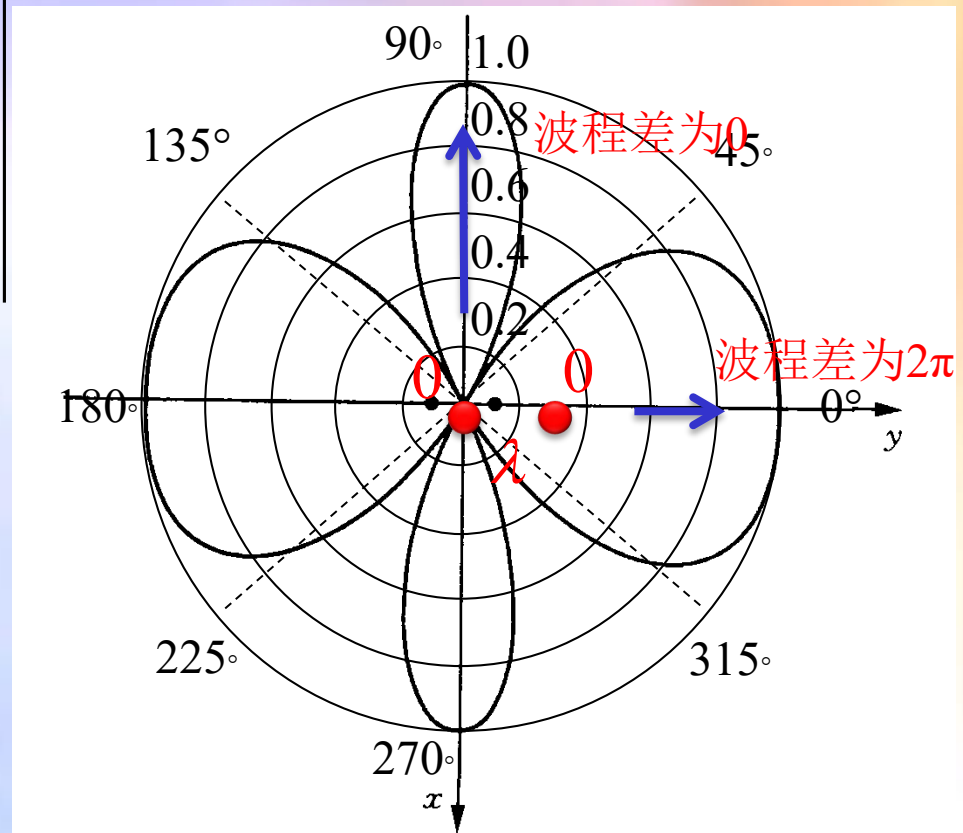
$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

$$d = \lambda, kd = 2\pi$$

两辐射单元同相激励,  
即  $\psi = 0$

$$\theta = \pi/2$$

$$|E_\theta| = |\cos(\pi \sin \varphi)|$$



辐射方向图，两个辐射单元  
 $d = \lambda, \psi = 0$

波程差从  $2\pi$  到 0 单调变化，中间会出现  $\pi$

# 二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

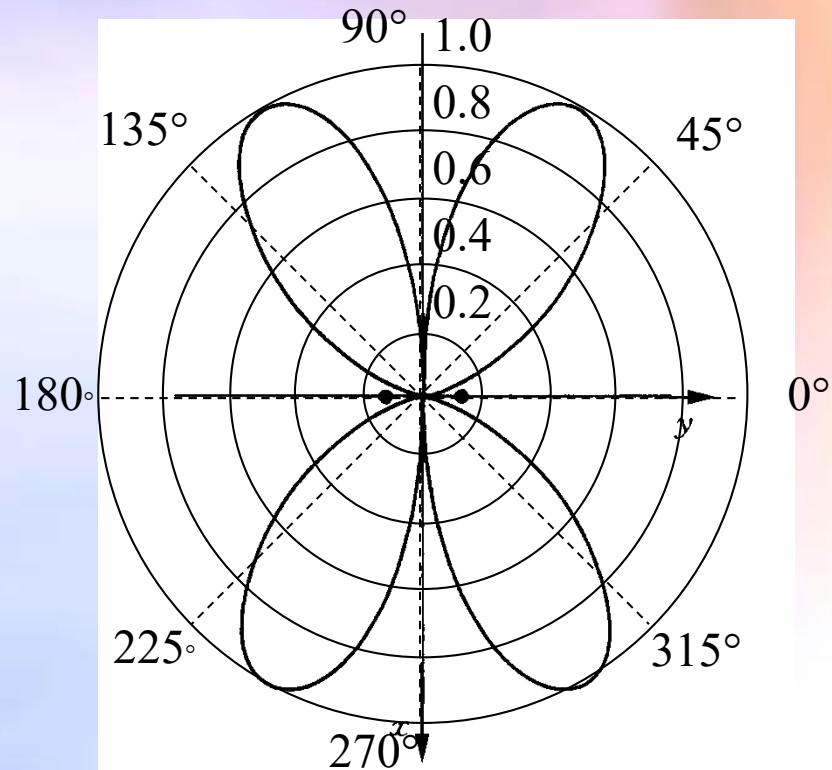
$$d = \lambda, kd = 2\pi$$

两辐射单元反相激励,

即  $\psi = \pi$

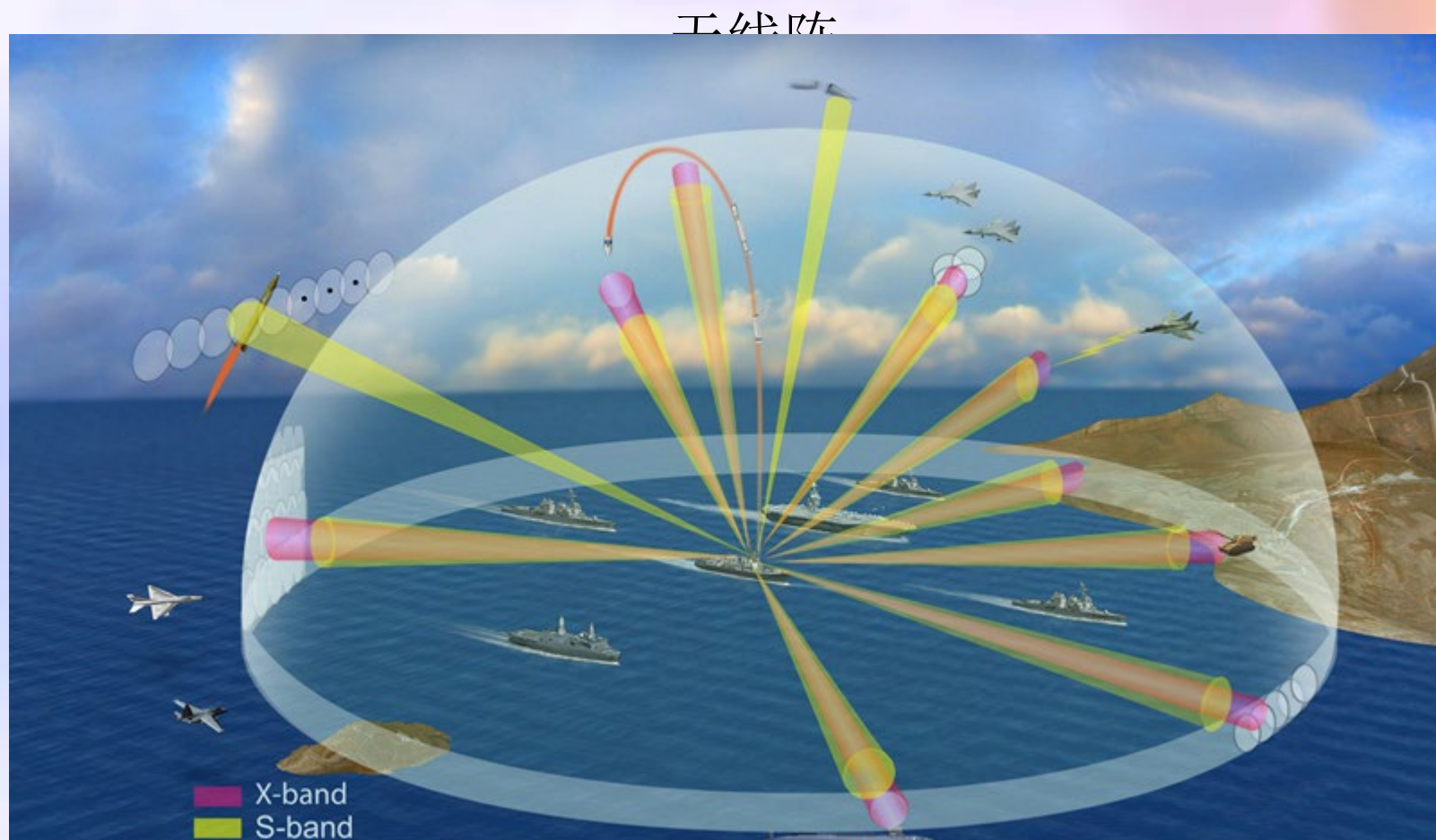
$$\theta = \pi/2$$

$$|E_\theta| = \left| \cos \left( \pi \sin \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right|$$



辐射方向图, 两个辐射单元  $d = \lambda, \psi = \pi$

每一辐射单元的相位可以用电子方法控制。



$$|F| = \left| \frac{\sin \left[ N \left( \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} \right) \right]}{\sin \frac{kd \cos \gamma + \psi}{2}} \right|$$

相控阵天线方向图主瓣，或辐射主波束的方向可以在一个很大的角度范围内用电子方法实现扫描。

考虑 $\theta=90^\circ$ 平面的方向图

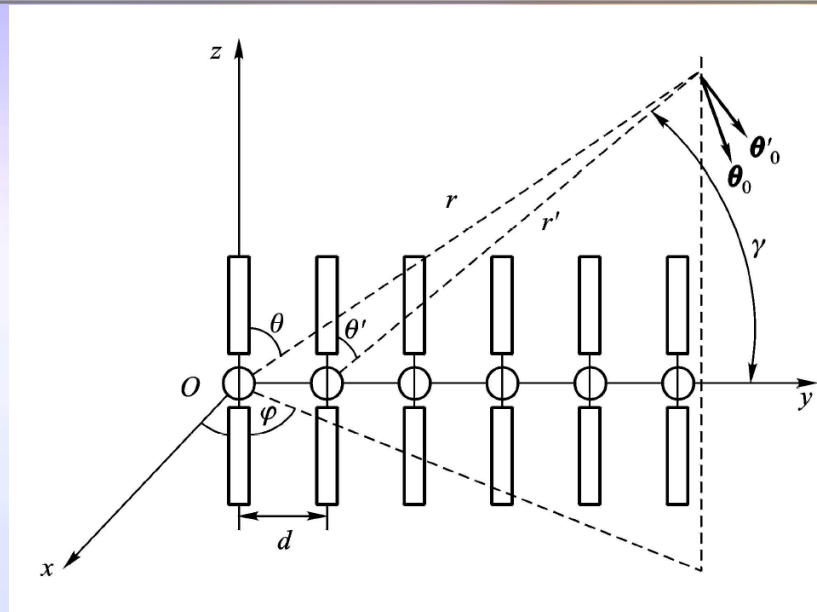
最大辐射总是发生在（上式分母为零）

$$\psi + kd \sin \varphi_{\max} = 0, \quad 2\pi, \dots$$

式中， $\varphi_{\max}$  是主瓣的坐标角，假定 $kd=\pi$ ，则可得下表关系

| $\psi$           | $180^\circ$ | $120^\circ$ | $90^\circ$  | $30^\circ$  | $0^\circ$   |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $\varphi_{\max}$ | $90^\circ$  | $222^\circ$ | $210^\circ$ | $190^\circ$ | $180^\circ$ |
|                  | $-90^\circ$ | $-42^\circ$ | $-30^\circ$ | $-10^\circ$ | $0^\circ$   |

当相移 $\psi$ 用电子方法改变时，天线阵主瓣方向可以很快地在大范围内扫描。

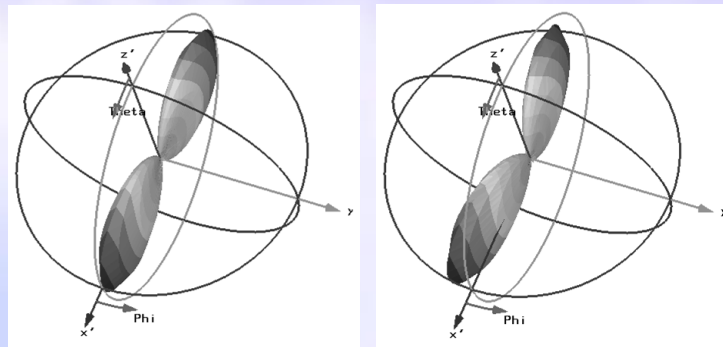


均匀列阵天线

# 相控阵天线

23

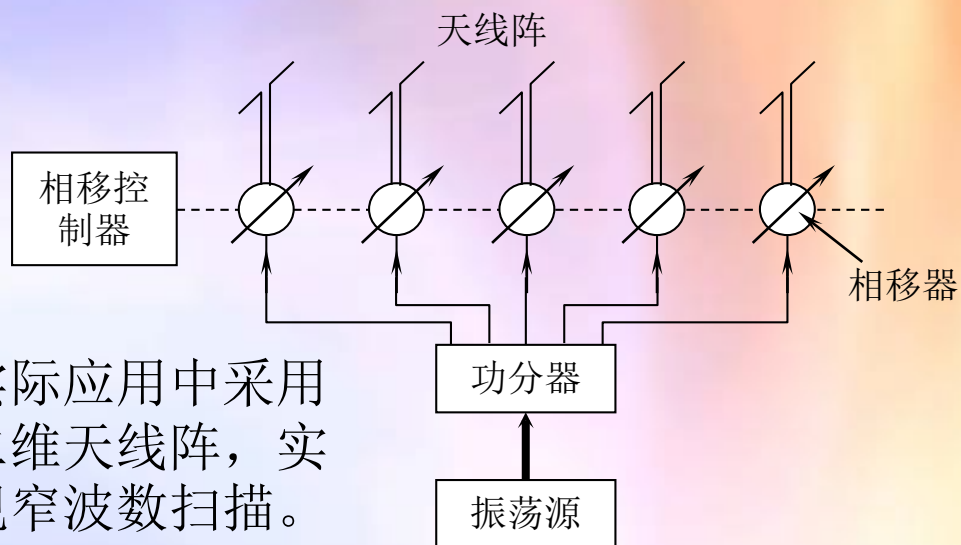
5个单元天线,  $d=\lambda/2$



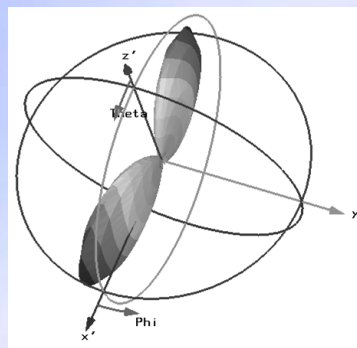
$\psi=0^\circ$

$\psi=30^\circ$

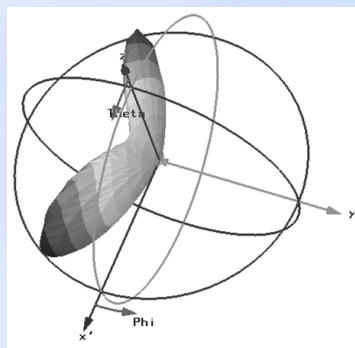
实际应用中采用  
二维天线阵, 实  
现窄波数扫描。



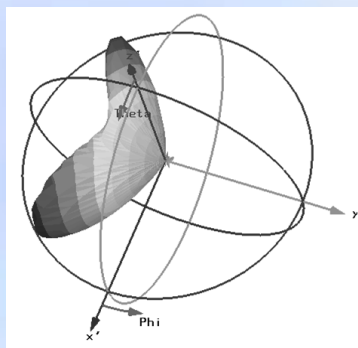
相控阵天线



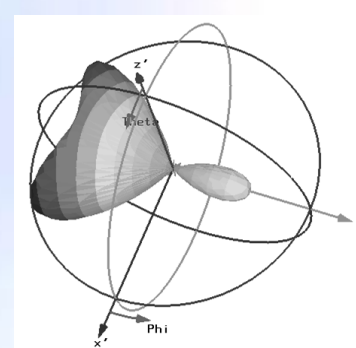
$\psi=60^\circ$



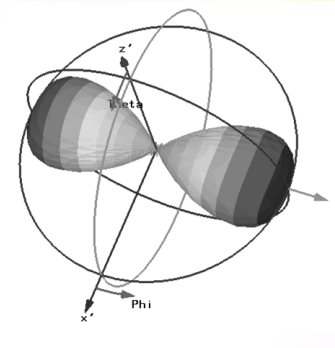
$\psi=90^\circ$



$\psi=120^\circ$

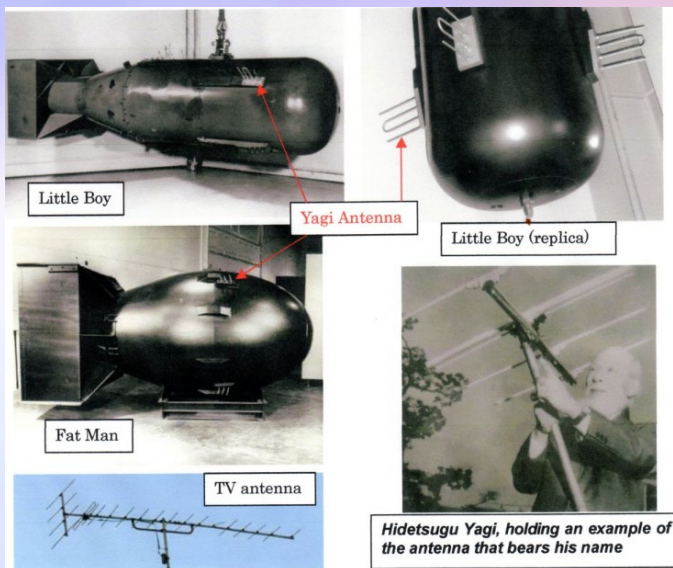
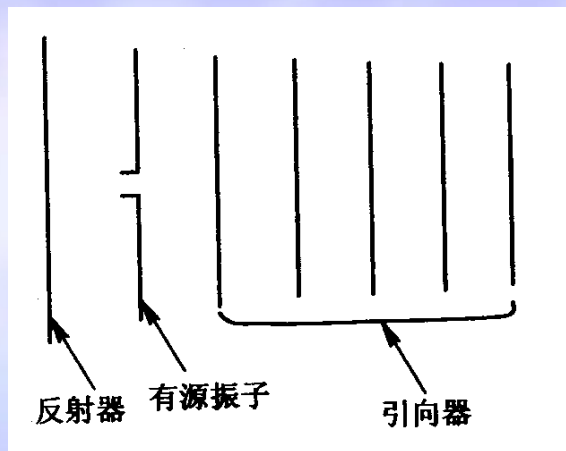


$\psi=150^\circ$



$\psi=180^\circ$

# 引向天线



Yagi Antenna was used to measure the altitude (高度) of the A-bombs

引向天线又称八木天线，它由一个有源振子及若干个无源振子组成。在无源振子中较长的一个为反射器，其余均为引向器，其工作原理如下：

引向天线实际上也是一个天线阵，与前述天线阵相比，不同的是：只对其中的一个振子馈电，其余振子则是靠与馈电振子之间的近场耦合所产生的感应电流来激励的，而感应电流的大小取决于各振子的长度及其间距，因此调整各振子的长度及间距可以改变各振子之间的电流分配比，从而达到控制天线方向性的目的。

分析天线的方向性，必须首先求出各振子的电流分配比，即振子上的电流分布，可以利用软件FEKO、HFSS、CST计算。

## 复习要点

- 对线天线的分析可将线天线分解为无限多电基本振子的组合，线天线辐射的场可分解为电基本振子辐射的场与修正因子 $U(\theta)$ 的乘积。
- 线阵天线辐射的场可分解为线天线辐射的场及阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 两部分的乘积。

## 复习范围

8.5, 8.6