

电磁场与电磁波

作业：8.1，8.3，8.4

第23讲

第八章 天线

8.1 概述

8.2 标量和矢量位函数及其解

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

8.1 概述

8.2 标量和矢量位函数及其解

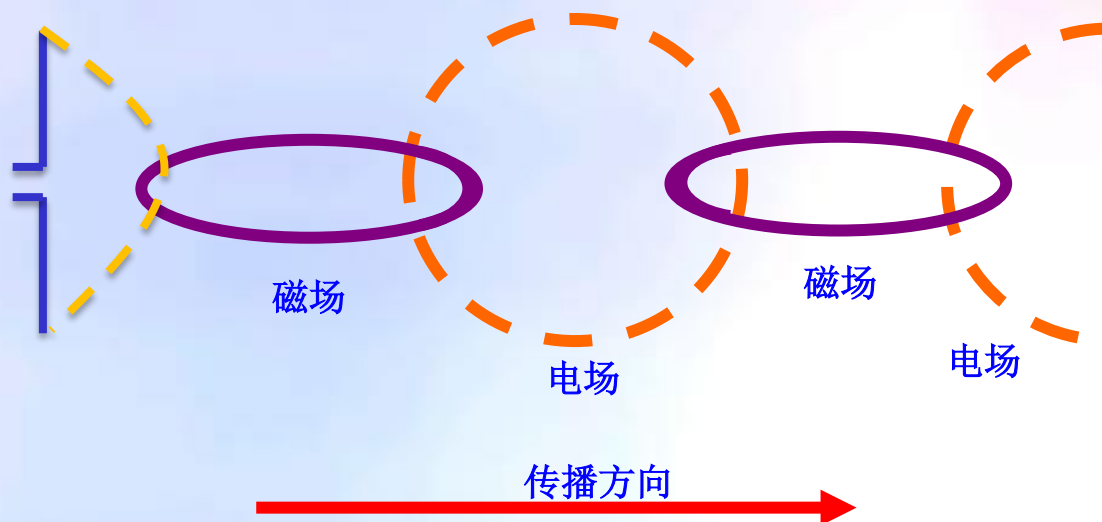
天线辐射原理

随时间变化的电流和电荷在其周围必然产生随时间变化的电磁场，这种随时间变化的电场和磁场能相互转换。

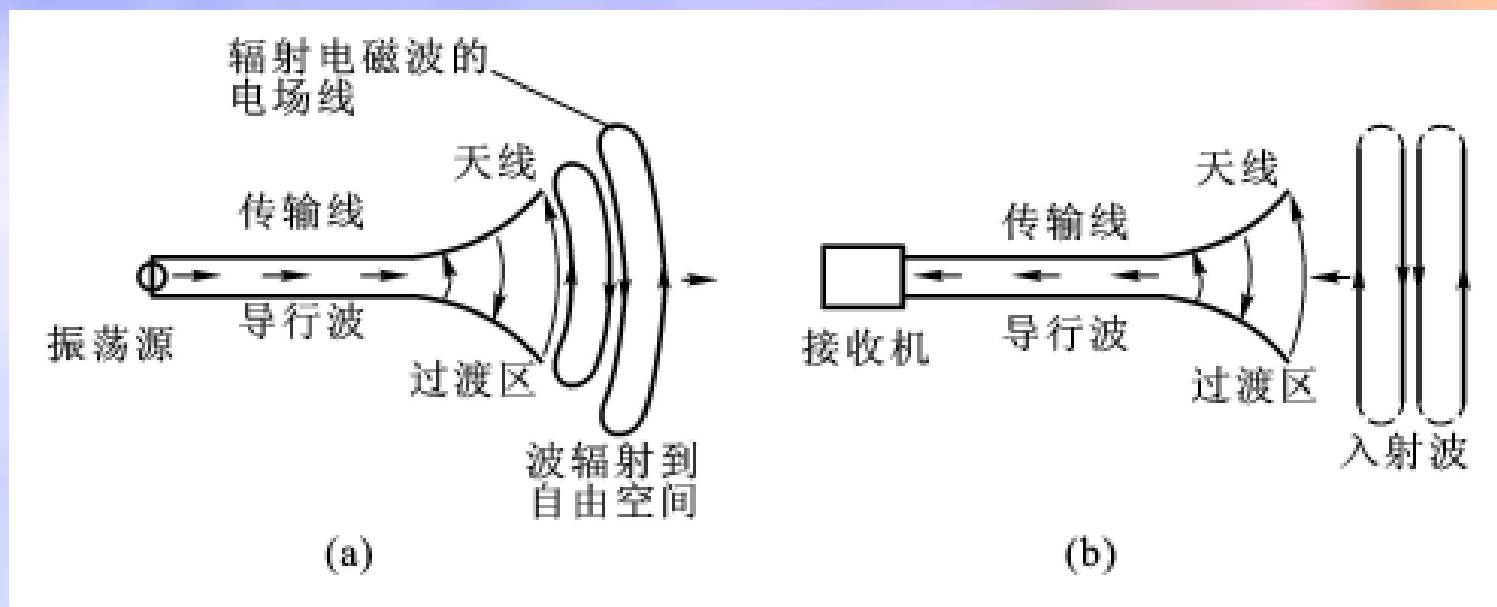
在交变电流和电荷存在的情况下，必有部分电磁能离开波源（电流和电荷）向外传播，这就是电磁辐射。

能有效地辐射（或接收）电磁波的装置称为天线。

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$



天线可看作转换器



■ 类似于矩形波导与圆波导转换器。

- 发射天线可以看作波导中传播的**导行波**到**自由空间波**的转换器；
- 接收天线则可看成自由空间传播的电磁波转变为波导中导行波的转换器；

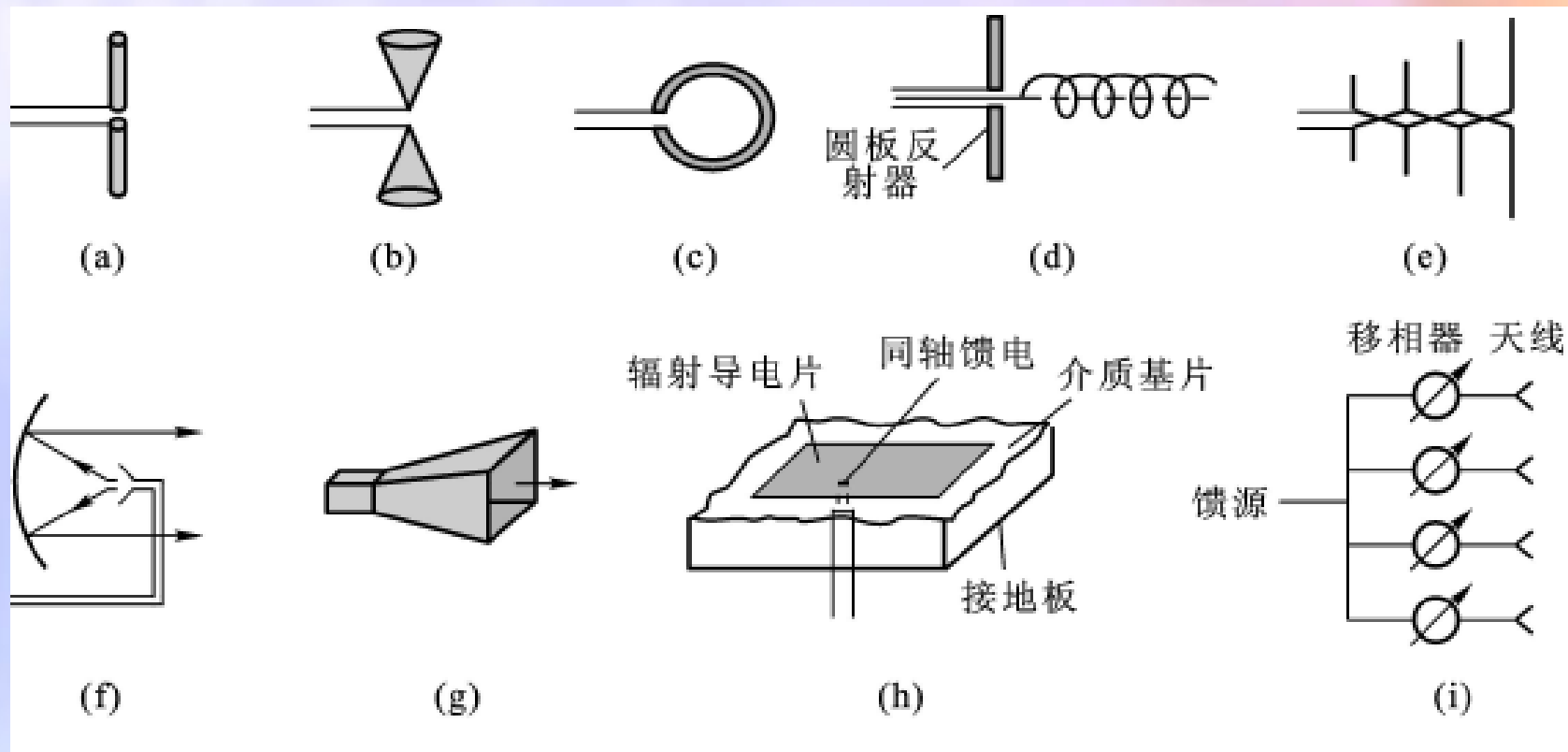
■ 天线也是一个**带通滤波器**。

对天线的最基本要求：

- 一是发射或接收电磁波的**方向性**和**极化**特性；
- 二是天线和波导的**匹配**：发射模式下，波导中的电磁波能全部通过天线辐射出去；接收模式下，天线接收到的电磁波能量全部被检测器检测到。



天线大体可分为线天线和口径天线两类。



天线的特征与天线的形状、大小及构成材料有关。天线的大小一般以天线发射或接收电磁波的波长 λ 来计量。因为工作于波长 $\lambda = 2\text{m}$ 的长为1m的偶极子天线的辐射特性与工作于波长 $\lambda = 2\text{cm}$ 的长为1cm的偶极子天线是相同的。电长度

方向性函数和方向图

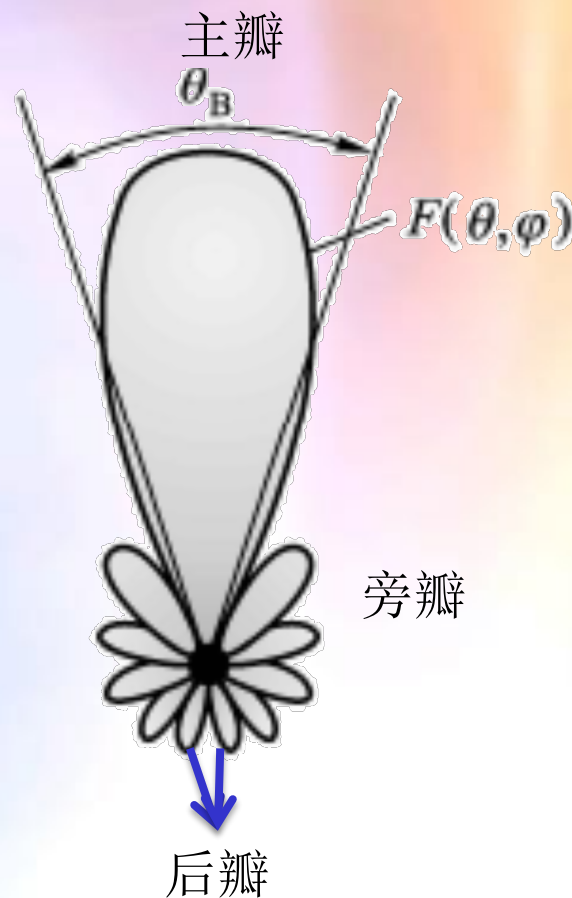
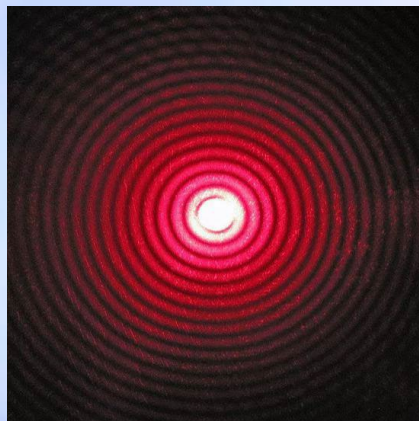
离开天线一定距离处，描述天线辐射的电磁场强度在空间的相对分布的数学表达式，称为天线的**方向性函数**；

把方向性函数用图形表示出来，就是**方向图**。

最大辐射波束通常称为方向图的**主瓣**。主瓣旁边的几个小的波束叫**旁瓣**。

表示方向图特性的参数：

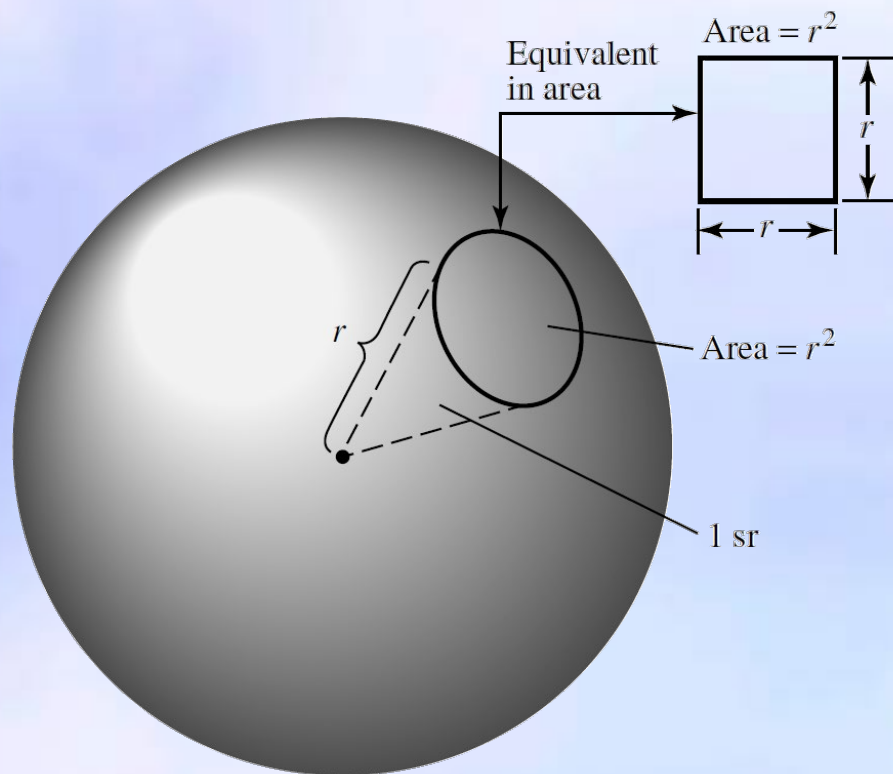
- (1) 天线增益 G （或方向性 D ）
- (2) 波束宽度（或主瓣宽度）
- (3) 旁瓣电平。



类似于光的
衍射图样

用 Ω 表示立体角：

■ 球面上被 r^2 归一化后的面积， $\Omega = A/r^2$



一个球面的立体角
为 4π

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2}$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

天线方向性参数

8

天线增益是某一给定方向天线辐射强度的量度

$$G(\theta, \phi) = \frac{\text{单位立体角辐射功率}(\theta, \phi)}{\text{馈入天线总功率}}$$

4π

球面的立体角为 4π

天线方向性 D

$$D(\theta, \phi) = \frac{\text{单位立体角辐射功率}(\theta, \phi)}{\text{总的辐射功率}}$$

4π

区别在于天线的损耗

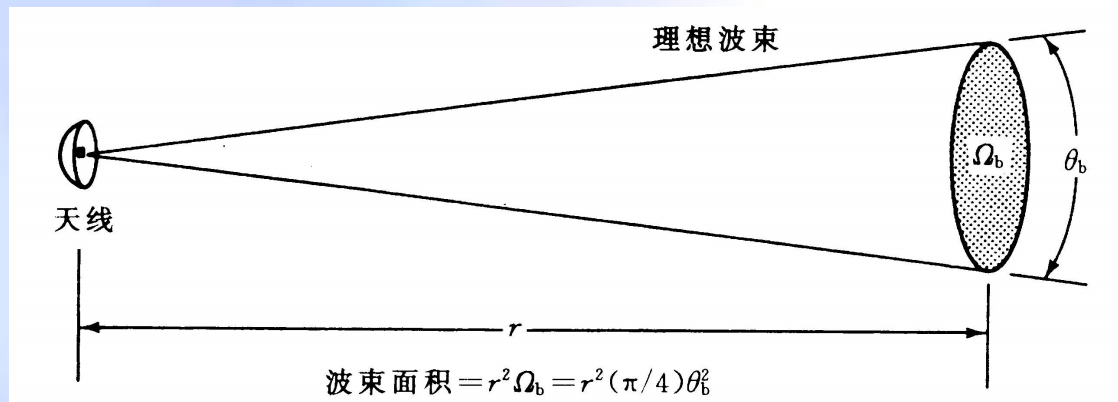
因为天线总有损耗，天线辐射功率比馈入功率总小一些，所以天线增益总要比天线方向性小一些。工程上一般取 G 和 D 的最大值。

$$D(\text{dB}) = 10 \log_{10} D_{\max}, G(\text{dB}) = 10 \log_{10} G_{\max}$$

理想天线能把全部馈入天线的功率限制在某一立体角 Ω_B 内辐射出去，且在 Ω_B 立体角内均匀分布，可以用来近似高增益天线。通常辐射强度减小到3dB时的立体角定义为 Ω_B 。

对于无耗理想天线

$$G = D = \frac{\frac{P_{\Sigma}}{\Omega_B}}{\frac{P_{\Sigma}}{4\pi}} = 4\pi / \Omega_B$$



实际天线的辐射功率并不限制在一个波束中，在一个波束内也非均匀分布。在波束中心辐射强度最大，偏离波束中心，辐射强度减小。

波束宽度 θ_B 对应的立体角 Ω_B

$$\Omega_B = \frac{\pi}{4} \theta_B^2$$

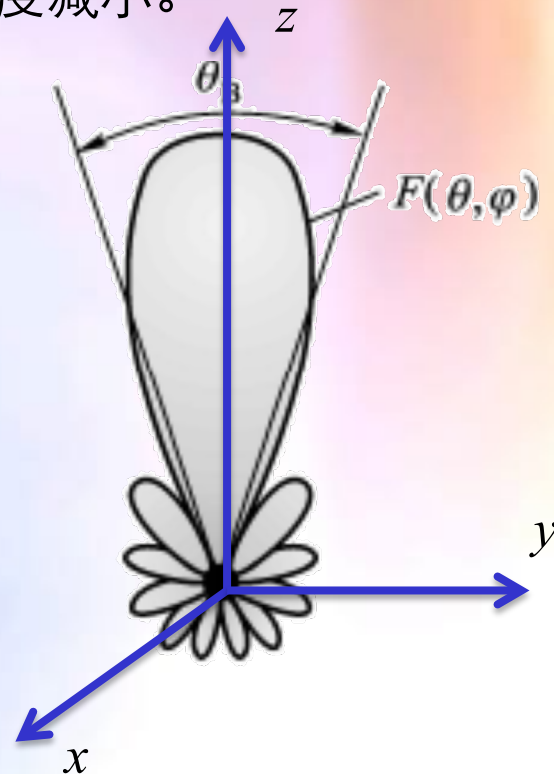
$$\Omega_B = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\theta_B}{2}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\theta_B}{2}} \sin \theta d\theta d\phi = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\theta_B}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \theta_B \rightarrow 0 \\ \approx 2\pi \left[1 - \left(1 - \frac{(\theta_B/2)^2}{2} \right) \right] = \frac{\pi}{4} \theta_B^2 \end{aligned}$$

旁瓣电平

旁瓣电平是指离主瓣最近且电平最高的

第一旁瓣电平，一般以分贝表示。方向图的旁瓣区一般是不需要辐射的区域，其电平应尽可能低。

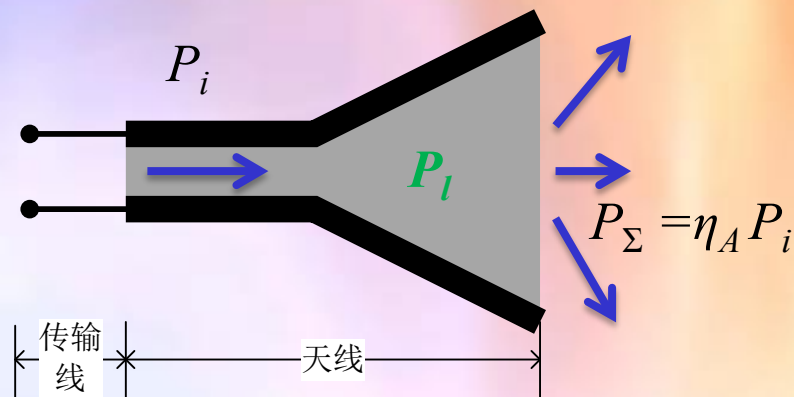


天线效率参数

天线效率 η_A 定义为

$$\eta_A = \frac{P_\Sigma}{P_i} = \frac{P_\Sigma}{P_\Sigma + P_l}$$

P_i 为输入功率； P_l 为欧姆损耗； P_Σ 为辐射功率。
天线的**辐射电阻** R_Σ 用来度量天线辐射功率的能力，
它是以天线上流过的最大电流定义的，其上损耗功率等于辐射功率。



$$P_\Sigma = \frac{1}{2} I_m^2 R_\Sigma$$

$$R_\Sigma = \frac{2P_\Sigma}{I_m^2} \longrightarrow \text{与传输线特征阻抗 } Z_0 \text{ 的物理含义类似}$$

显然，辐射电阻越大，天线的辐射能力越强。仿照引入辐射电阻的办法，**损耗电阻** R_l 为

$$R_l = \frac{2P_l}{I_m^2}$$

将上述两式代入效率公式，得天线效率为 $\eta_A = \frac{R_\Sigma}{R_\Sigma + R_l} = \frac{1}{1 + R_l/R_\Sigma}$

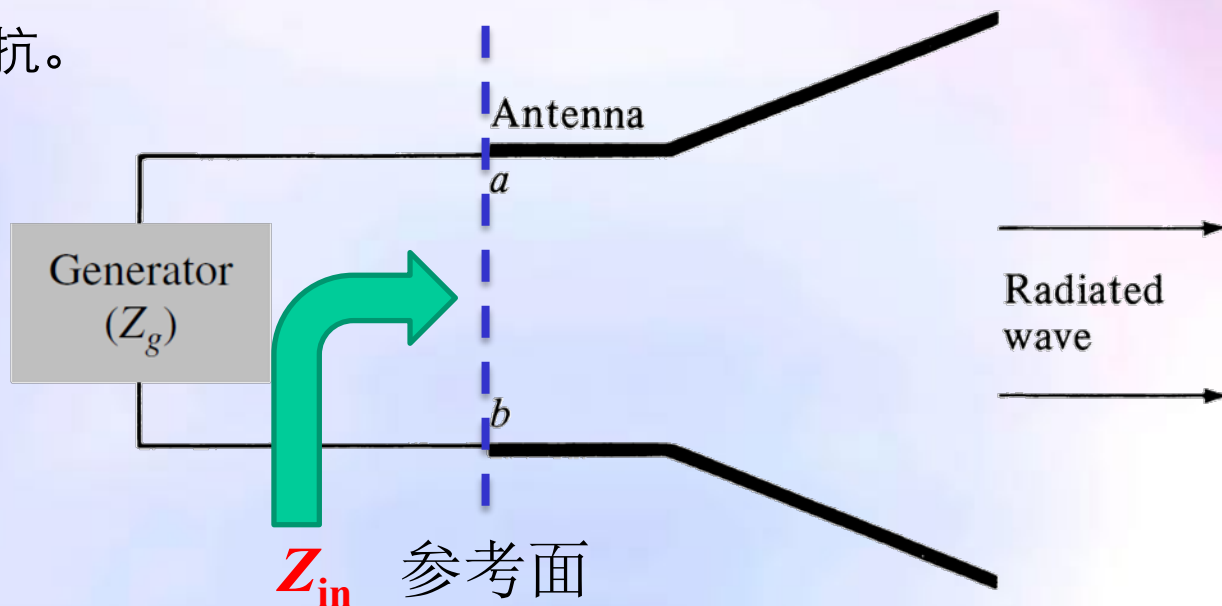
增益和方向性之间的关系可以用效率表示 $G(\theta, \phi) = \eta_A D(\theta, \phi)$

天线效率没有包含天线与传输线阻抗失配带来的损耗

天线的输入阻抗

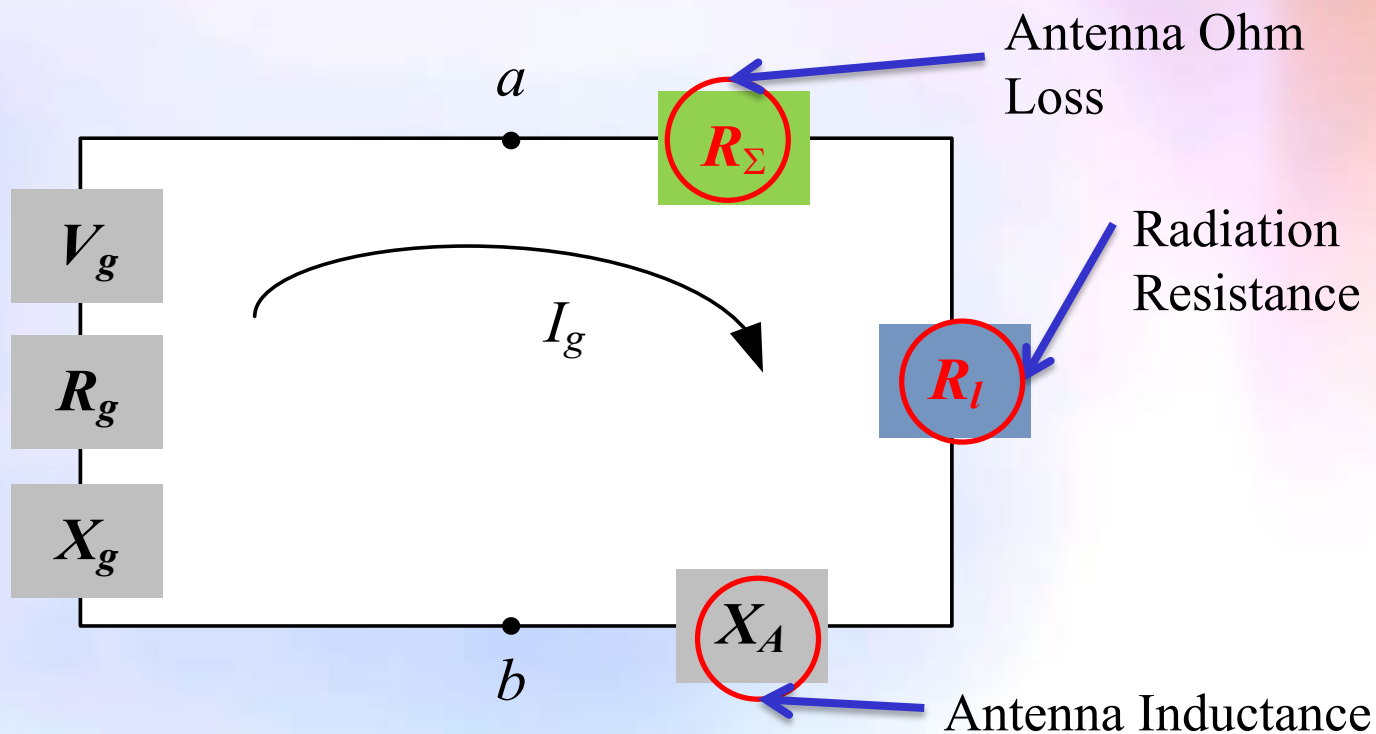
天线输入阻抗的定义：

传输线将高频电磁能量馈入天线，以馈入点作为参考面上电压、电流定义天线输入阻抗。



注意天线输入阻抗 Z_{in} 与天线辐射电阻的区别，天线辐射电阻用天线上最大电流 I_m 定义。天线输入阻抗与传输线特征阻抗（或等效阻抗）匹配时，才能使天线获得最大功率（发射模式时），或接收机接收到最大功率（接收模式时）。

Thevenin Equivalent



Antenna input impedance $Z_{in} = R_\Sigma + R_l + jX_A$

极化特性和频带宽度

输入阻抗与电压驻波比：

天线的输入阻抗等于传输线的特性阻抗，才能使天线获得最大功率。

当天线工作频率偏离设计频率时，天线与传输线的匹配变坏，致使传输线上电压驻波比增大，天线效率降低。因此在实际应用中，还引入电压驻波比参数，并且驻波比不能大于某一规定值。

天线的电参数都与频率有关，当工作频率偏离设计频率时，往往要引起天线参数的变化。当工作频率变化时，天线的有关电参数不应超出规定的范围，这一频率范围称为频带宽度，简称为天线的带宽。

极化特性是指天线在最大辐射方向上电场矢量的方向随时间变化的规律。

按天线所辐射的电场的极化形式，可将天线分为线极化天线、圆极化天线和椭圆极化天线。

线极化又可分为水平极化和垂直极化；圆极化和椭圆极化都可分为左旋和右旋。

天线的互易性与远区场定义

天线的互易性：

天线在发射模式和接收模式上具有相同的方向性。

- 远区场 (Far-Field) :

如果所观测点离开波源很远，波源可近似为点源。从点源辐射的波其波阵面是球面。

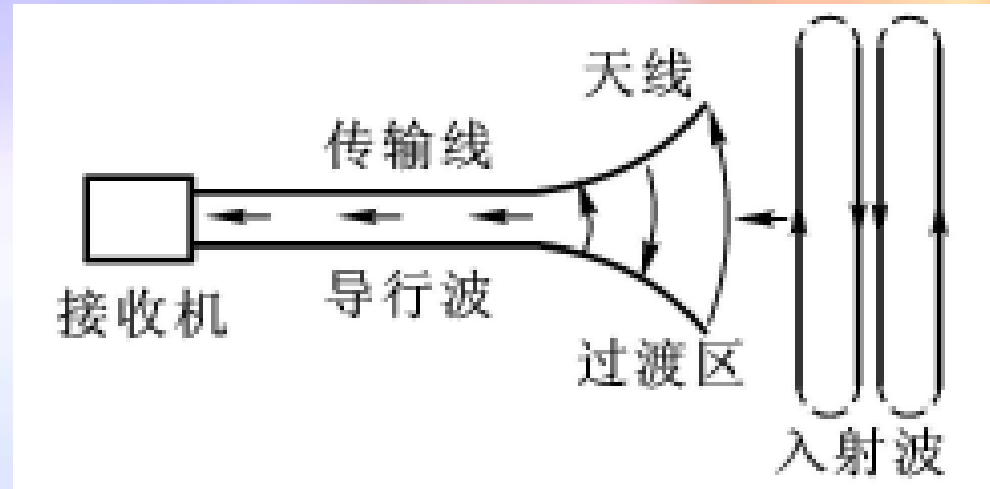
因为观测点离开点源很远，在观察者所在的局部区域，其波阵面可近似为平面，当作平面波处理。**TEM波**

符合这一条件的场通常称为远区场。

- 辐射近场 (Radiative Near-Field) :

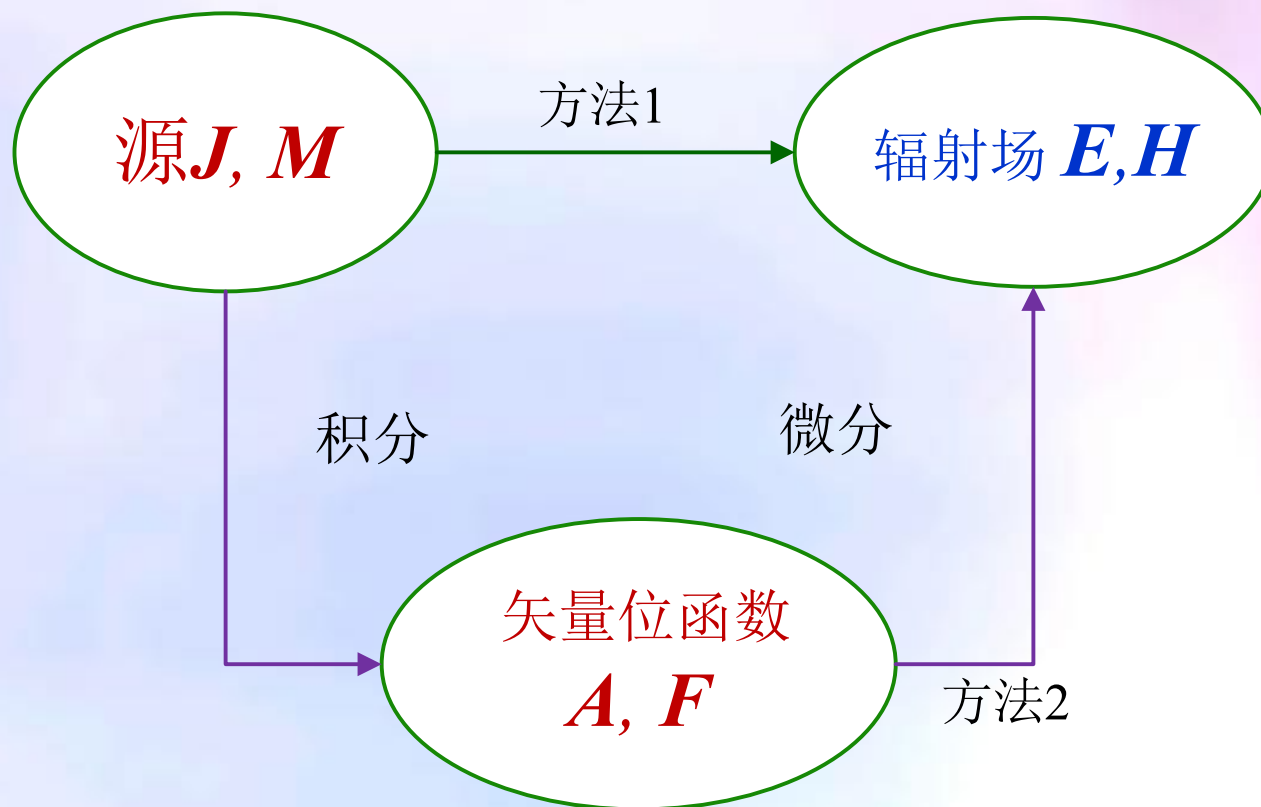
- 感应近场 (Reactive Near-Field)

在天线很多应用场合，远区场的假设都是成立的。远区场假设为我们分析研究天线辐射的场带来很大方便。这里所谓很远很远都是以波长来计量的。



8.1 概述

8.2 标量和矢量位函数及其解



标量和矢量位函数

有源麦克斯韦方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\epsilon\mathbf{E}$$

即从源 $\mathbf{J}$ 和边界条件（本章涉及的边界都假定趋于无穷远）决定 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 。
通过求矢量位 $\mathbf{A}$ 与标量位 Φ 再求 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 。

矢量位 $\mathbf{A}$ 定义为 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

因为旋度的散度等于零，故 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ，自动得到满足。

将 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 代入 $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$ 得到

$$\nabla \times (\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A}) = 0$$

因为梯度的旋度等于零，我们选用下式定义标量位函数 Φ

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\Phi$$

$\nabla\Phi$ 前取负号是考虑到静电场中电场强度 $\mathbf{E}$ 与电位 Φ 之间关系。

标量和矢量位函数

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\Phi$$

注意, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 定义的 $\mathbf{A}$ 并不是唯一的。

因为如果我们定义另一个矢量位函数

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\Psi$$

Ψ 是一个任意的标量函数, 由于梯度的旋度等于零, 所以

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}' = \nabla \times \mathbf{A}$$

即 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{A}'$ 定义了同一个 $\mathbf{B}$, 为保证矢量位 $\mathbf{A}$ 唯一, 有必要对矢量位 $\mathbf{A}$ 的散度 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 作一规定

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega\mu\varepsilon\Phi = 0$$

这个规定称为洛伦兹条件。

非齐次亥姆霍兹方程的解

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 \Phi + \omega^2 \mu \varepsilon \Phi = -\rho_v / \varepsilon$$

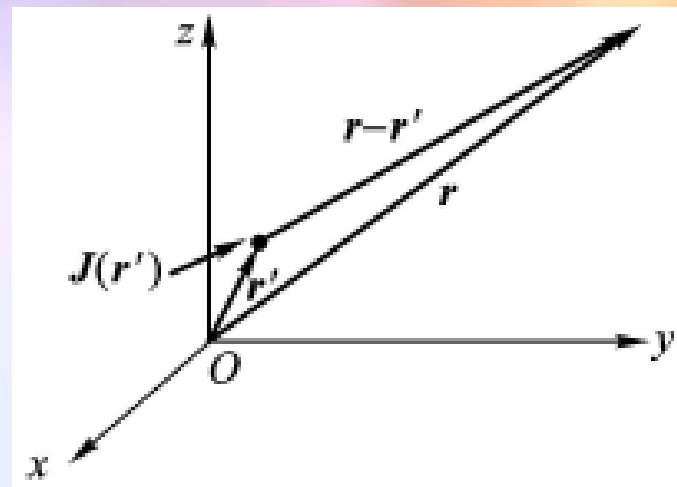
当边界趋于无穷远时，非齐次亥姆霍兹方程的解非常简单，又得到广泛的应用。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V dV' \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iiint_V dV' \frac{\rho_v(\mathbf{r}') e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$$

$\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$ 分别表示观察点（即所研究场点）及源所在点的位置矢量。 $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ 即观察点与源点之间的距离，积分要覆盖所有源所在的区域。



对 $\mathbf{r}'$ 处源 $\mathbf{J}$ 积分求观察点 $\mathbf{r}$ 处
矢量位 $\mathbf{A}$

复习要点

- 天线工作的两种模式：发射模式和接收模式。两种模式下天线都可看成一转换器，对天线的基本要求是发射或接收电磁波的方向性与极化特性，以及天线与传输系统的匹配。描述天线的参数有：天线的方向性（天线增益、方向性、波束宽度、旁瓣电平）、天线效率、极化特性、频带宽度、输入阻抗与天线噪声等。
- 引入标量位 Φ 和矢量位 $\mathbf{A}$ 后，求天线辐射电磁场 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 转化为求 Φ 和 $\mathbf{A}$ 。 Φ 和 $\mathbf{A}$ 满足非齐次亥姆霍兹方程。对于赫兹偶极子模型，当边界趋于无穷远时，其解非常简单，可以理解为源 $\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}')$, $\rho(r')/\epsilon$ 与格林函数 $G(\mathbf{r})$ 的卷积。

复习范围

8.1, 8.2