

电磁场与电磁波

作业：6.17，6.23，6.25

第20讲

6.8 光纤的波动分析

- 线偏振模及其截止特性与场分布
- 归一化参数与色散
- 无源光器件

6.4 波导器件

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

6.8 光纤的波动分析

- 线偏振模及其截止特性与场分布
- 归一化参数与色散
- 无源光器件

6.4 波导器件

线偏振模与截止条件

$$\begin{cases} E_{y_1} = \frac{A_m}{J_m(u)} J_m(u\tilde{\rho}) \frac{\cos(m\varphi)}{\sin(m\varphi)} e^{-jkz}, & \tilde{\rho} = \frac{\rho}{a} < 1 \\ E_{y_2} = \frac{A_m}{K_m(w)} K_m(w\tilde{\rho}) \frac{\cos(m\varphi)}{\sin(m\varphi)} e^{-jkz}, & \tilde{\rho} = \frac{\rho}{a} > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} u = k_{t1}a = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - k_z^2} a \\ w = k_{t2}a = \sqrt{k_z^2 - k_0^2 n_2^2} a \end{cases}$$

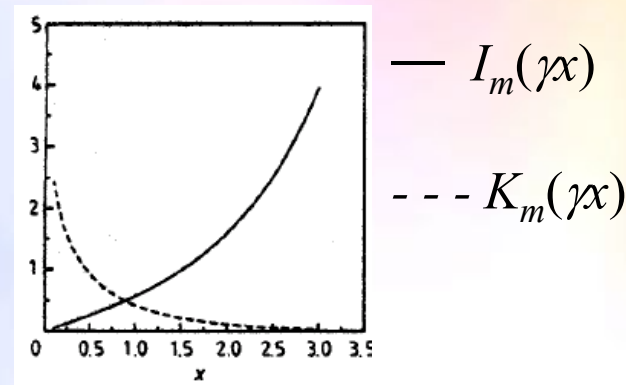
1. 线偏振模：弱导近似假定下，电场主要是 E_y ，故是线偏振的。
2. 截止条件：如果电磁波不能局限在纤芯中传播而通过包层向外辐射，我们就称该模式电磁波的传播被截止。

波被限制在纤芯还是通过包层向外辐射的临界点

$$w = k_{t2}a = 0$$

根据

$$u \frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = -w \frac{K_{m-1}(w)}{K_m(w)}$$



$J_{m-1}(u^c = k_{t1}^c a) = 0$ 的每一个根 k_{t1}^c 对应一个线偏振模的横向传播常数。

第 n 个根对应的线偏振模称为 LP_{mn} 模：

- m 表示圆周方向变化周期数；
- n 表示场在半径方向最大值出现的次数。 J_{m-1} 的零点近似对应于 J_m 的极值。

截止频率

定义 $P_{m-1,n}$ 为 $(m-1)$ 阶贝塞尔函数 $J_{m-1}(x)$ 的第 n 个根, 即 $J_{m-1}(P_{m-1,n}) = 0$

对于 LP_{mn} 模 $k_{t1}^c = \frac{P_{m-1,n}}{a}$

截止时 $k_{t2} = 0 \Rightarrow k_z^c = n_2 k_0$

$$k_{t1}^{c^2} = k_0^2 n_1^2 - k_z^{c^2} = k_0^2 n_1^2 - k_0^2 n_2^2$$

$$\left(\frac{P_{m-1,n}}{a} \right)^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) = \left(\frac{2\pi f_{mn}^c}{c} \right)^2 (n_1^2 - n_2^2)$$

LP_{mn} 模截止频率

$$f_{mn}^c = \frac{c}{2\pi a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} P_{m-1,n}$$

$$\begin{aligned} m &= 0, 1, 2, \dots, \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

当频率大于 LP_{mn} 模截止频率时, LP_{mn} 模可以传输

截止频率

$$LP_{01}, u = P_{-1,1} = 0,$$

$$0 \frac{J_{-1}(0)}{J_0(0)} = 0 \frac{0}{1} = 0$$

贝塞尔函数的根 $P_{m-1,n}$

m	贝塞尔函数	根(n)			
		1	2	3	4
0	$J_{-1}=J_1$	0	3.832	7.016	10.173
1	J_0	2.405	5.520	8.654	11.791
2	J_1	0	3.832	7.016	10.173
3	J_2	0	5.136	8.417	11.620
4	J_3	0	6.380	9.716	13.105

$$LP_{11}, u = P_{1,1} = 2.405,$$

$$2.405 \frac{J_0(2.405)}{J_1(2.405)} = 2.405 \frac{0}{J_1(2.405)} = 0$$

$$LP_{21}, u = P_{2,1} = 0,$$

$$0 \frac{J_{-2}(0)}{J_2(0)} = 0 \frac{0}{0} \neq 0$$

贝塞尔函数公式

$$\blacksquare J_0(0)=1, J_{m=1,2,\dots}(0)=0;$$

$$\blacksquare J_{-m} = (-1)^m J_m$$

使得 $J_{m-1}(0)/J_m(0) \neq 0$, 不满足 $u \frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = -w \frac{K_{m-1}(w)}{K_m(w)}$

$$LP_{01} \text{ 模, 其截止频率 } f_{01}^c = \frac{c}{2\pi a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} P_{-1,1} = 0$$

LP₀₁模没有低频截止, 工作于LP₀₁模的光纤任何频率下都能传播。贝塞尔函数的根除了零以外最低的是2.405, 与LP₁₁模的截止条件对应。因此从直流直到这个频率范围内只有LP₀₁线编振模工作。

色散方程近似解

$$\text{色散方程} \quad \begin{cases} u \frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = -w \frac{K_{m-1}(w)}{K_m(w)} \\ u^2 + w^2 = a^2 k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) \end{cases} \quad \begin{cases} u = k_{t1} a = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - k_z^2} a \\ w = k_{t2} a = \sqrt{k_z^2 - k_0^2 n_2^2} a \end{cases}$$

色散方程近似解

除了LP₀₁模之外 $k_{t1} = k_{t1}^c e^{\frac{\arcsin(S/k_{t1}^c a) - \arcsin(S/V)}{S}}$

LP₀₁模 $k_{t1} = \frac{(1 + \sqrt{2})k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{1 + (4 + V^4)^{1/4}}$

$$k_{t1}^c = \frac{P_{m-1,n}}{a}$$

$$S = \sqrt{(k_{t1}^c a)^2 - m^2 - 1}$$

■ 应用色散方程的近似解，对于任一给定 V 值可求出 k_{t1} 从而确定 k_z ，于是可作 k_z 与 V 的关系曲线。

■ k_{t1} 、 k_{t2} 随频率变化，与金属矩形波导不同。

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} = a k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{归一化频率}$$

归一化波导参量

7

归一化横向传播常数

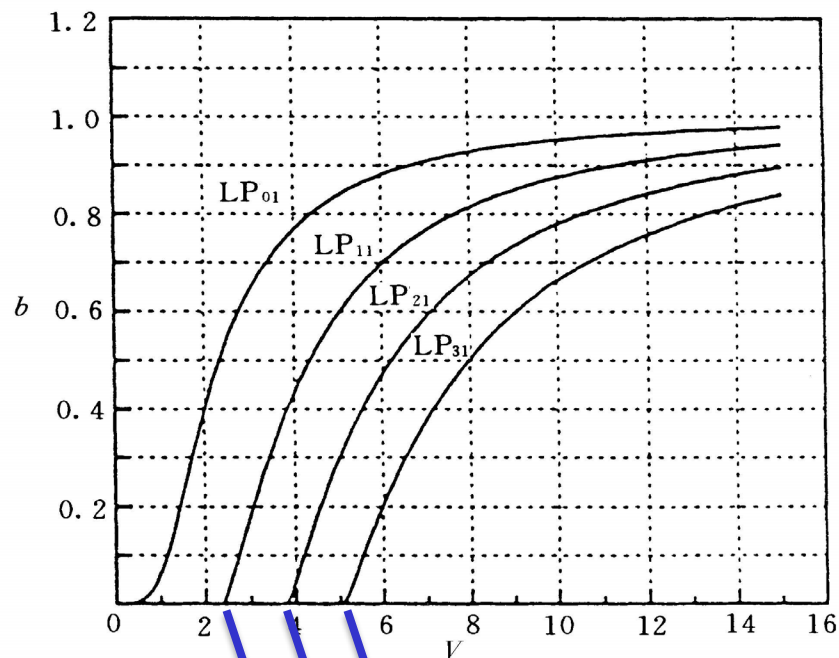
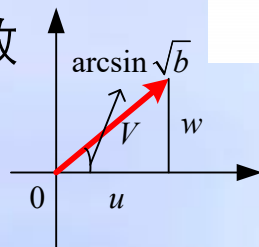
$$\begin{cases} u = k_{t1}a = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - k_z^2} a \\ w = k_{t2}a = \sqrt{k_z^2 - k_0^2 n_2^2} a \end{cases}$$

归一化频率 $V = \sqrt{u^2 + w^2} = ak_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

相对折射率差 $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$

以上参量又可定义归一化传播常数

$$b = 1 - \frac{u^2}{V^2} = \frac{(k_z^2 / k_0^2) - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$



归一化截止频率

在弱导光纤近似下, $n_1 \approx n_2$, 考虑 $k_0 n_2 \leq k_z \leq k_0 n_1$, 得到 $k_z \sim k_0 n_2$

$$b \approx \frac{k_z / k_0 - n_1}{n_2 - n_1} \Rightarrow k_z = n_1 k_0 (b\Delta + 1)$$

k_z 与 b 构成线性关系。

光纤色散主要有：材料色散、波导色散和模间色散三种色散效应。

1. 材料色散就是由于制作光纤材料^{材料}的折射率随工作频率 ω 而变化，从而引起色散。
 2. 波导色散是由于波导结构^{波导结构}引起的色散，主要体现在相移常数 k_z 是频率 ω 的函数，每一个 LP_{mn} 模式都存在波导色散，可以由近似色散方程求解。
 3. 模间色散是由于光纤中不同模式 (m,n) 有不同群速。只有多模^{多模}光纤才会存在模间色散。模间色散比波导色散严重得多，这就是多模光纤传输信号的能力比单模光纤小得多的原因。
- 对于单模光纤一般还存在一个波导色散与材料色散相抵消的零色散频段，大大增加了传输距离。
 - LP_{01} 模是二重简并的。当光纤的圆对称受到干扰时，两个取向不同的简并模分裂成两个色散特性稍微不同的模式。这种模式色散^{模式色散称为极化色散}称为极化色散。当光纤传输信号的带宽不大时，极化色散可以忽略不计，但当信号传输速率超过10Gb/s，极化色散成为限制光纤传输速率进一步提高的一个重要因素。

线偏振模的场分布

LP_{mn}模的场分布

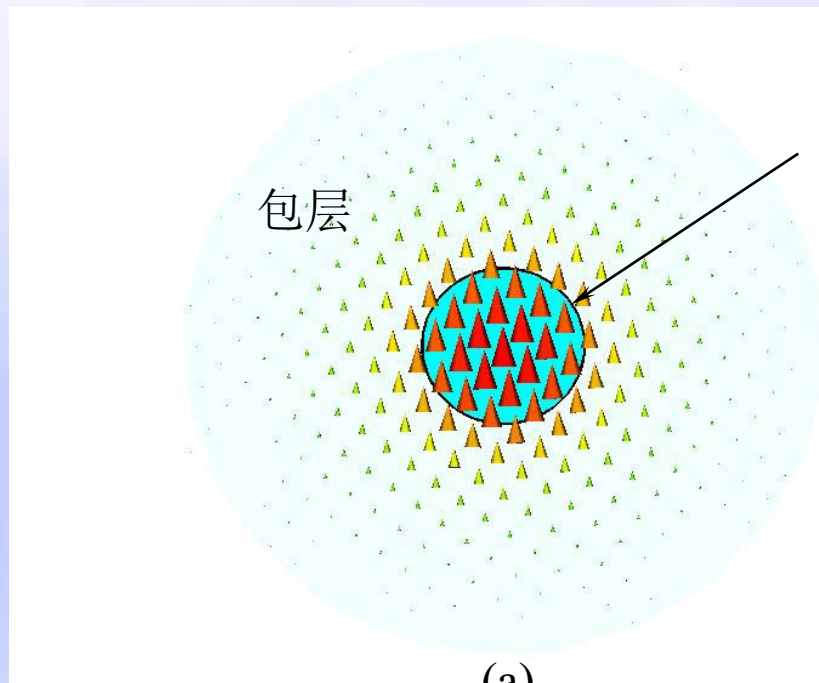
$$E_{y_1} = A_m \frac{J_m(k_{t_1} \rho) \cos(m\varphi)}{J_m(k_{t_1} a) \sin(m\varphi)}$$

$$E_{y_2} = A_m \frac{K_m(k_{t_2} \rho) \cos(m\varphi)}{K_m(k_{t_2} a) \sin(m\varphi)}$$

给定频率、 n_1 、 n_2 、 (m, n) ，由近似色散方程可以求解 k_{t_1}

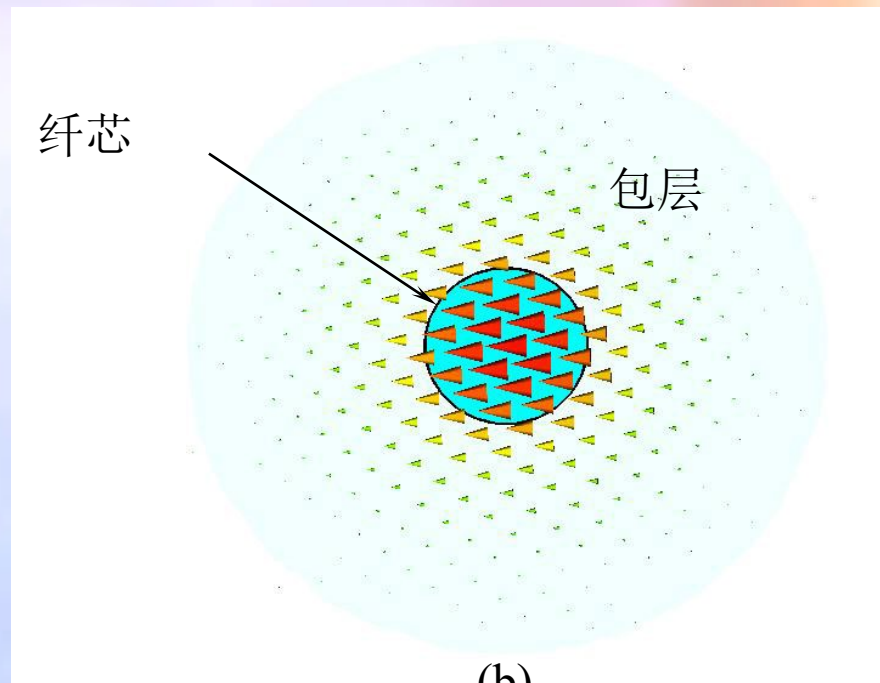
由 $\begin{cases} k_{t_1}^2 = k_0^2 n_1^2 - k_z^2 \\ k_{t_2}^2 = k_z^2 - k_0^2 n_2^2 \end{cases}$ 可以求解 k_z 和 k_{t_2}

LP_{01} 模电场分布（二重简并）



(a)

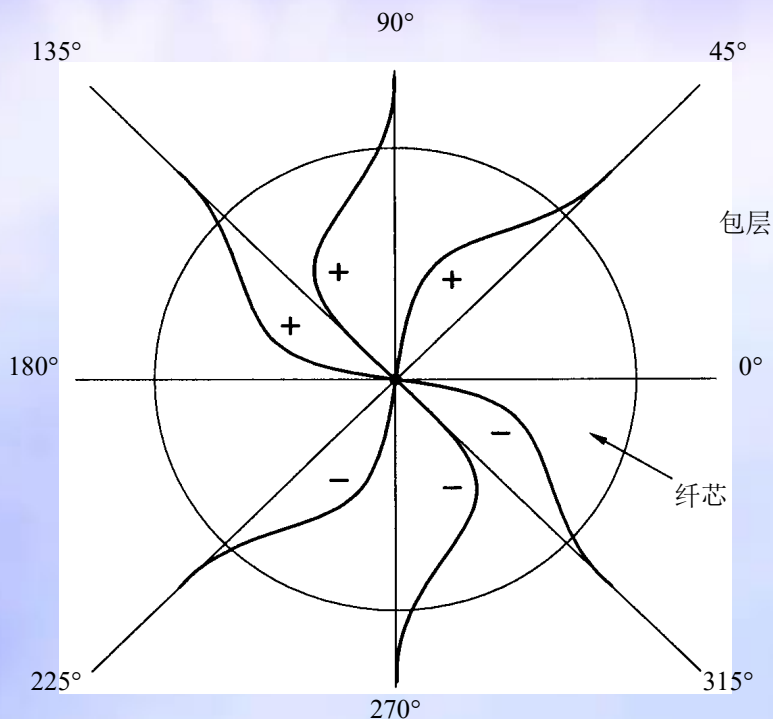
(a) 电场垂直指向



(b)

(b) 电场水平指向

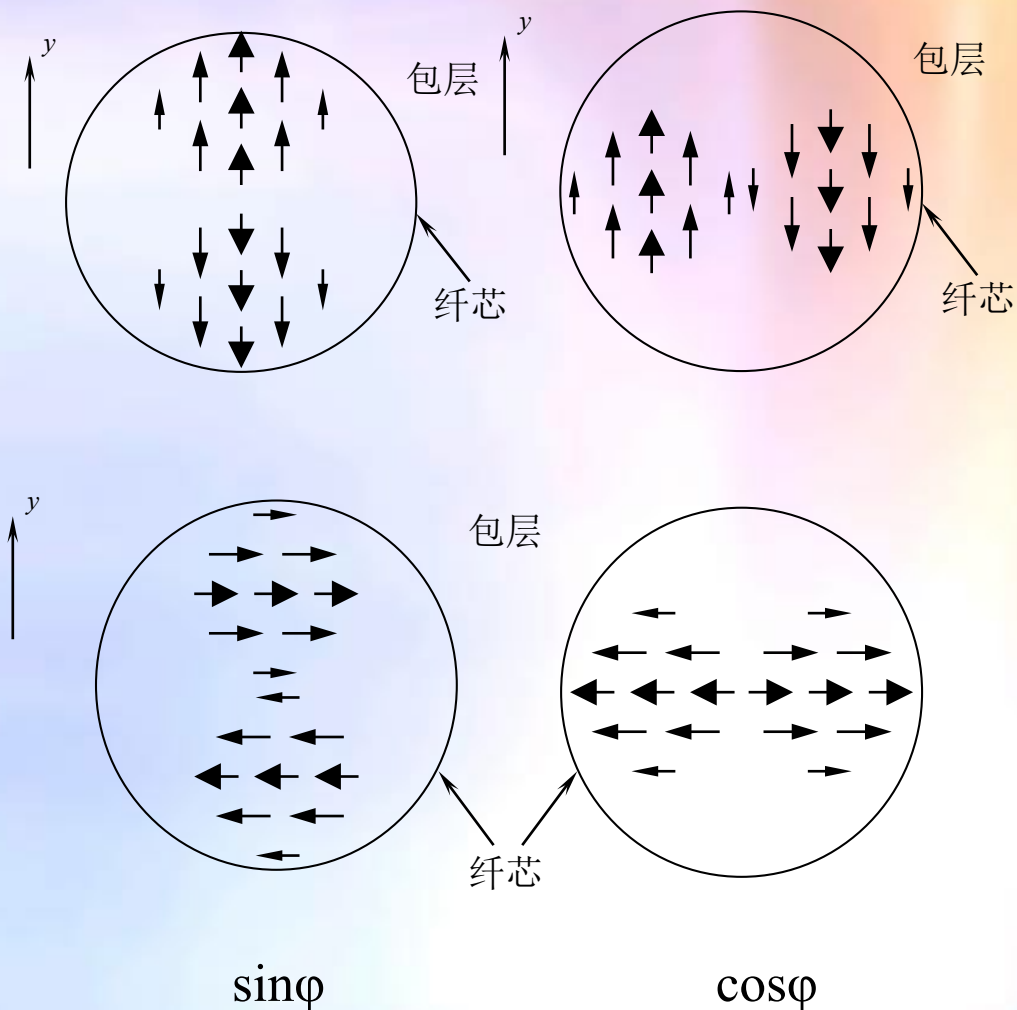
LP₁₁模电场



LP₁₁模电场经向与角向的变化

$\sin\phi$

四重简并



$\sin\phi$

$\cos\phi$

弱导光纤中的能量分布

$S_z = -\frac{1}{2} E_y H_x^*$ 将 E_y 、 H_x^* 表达式代入得到

$$\tilde{\rho} < 1 \text{ 纤芯区 } S_{z_1} = \frac{A_m^2}{2} \frac{n_1}{Z_0} \frac{J_m^2(u\tilde{\rho})}{J_m^2(u)} \cos^2(m\varphi)$$

$$\tilde{\rho} > 1 \text{ 包层区 } S_{z_2} = \frac{A_m^2}{2} \frac{n_2}{Z_0} \frac{K_m^2(w\tilde{\rho})}{K_m^2(w)} \cos^2(m\varphi)$$

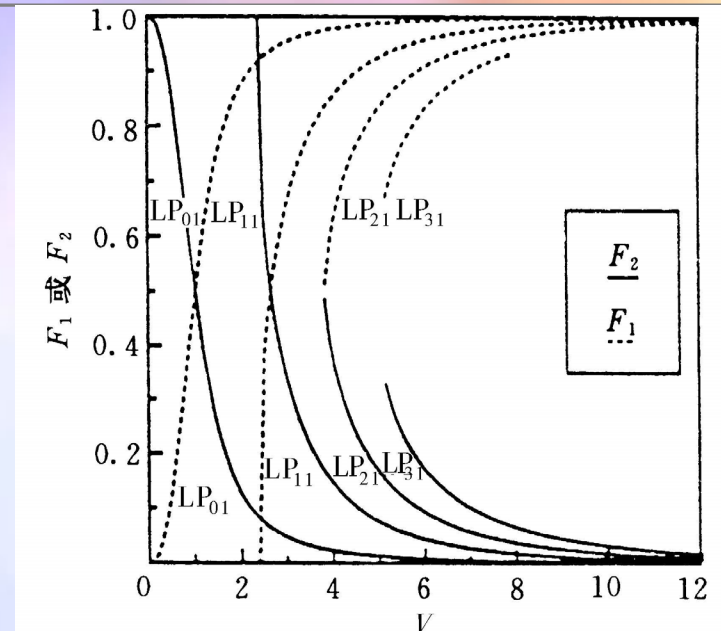
纤芯和包层中总功率 P_1 和 P_2 为

$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{n_1}{Z_0} \frac{A_m^2}{J_m^2(u)} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \tilde{\rho} J_m^2(u\tilde{\rho}) \cos^2(m\varphi) d\varphi d\tilde{\rho}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{n_2}{Z_0} \frac{A_m^2}{K_m^2(w)} \int_0^{2\pi} \int_1^\infty \tilde{\rho} K_m^2(w\tilde{\rho}) \cos^2(m\varphi) d\varphi d\tilde{\rho}$$

$$F_1 = \frac{P_1}{P_1 + P_2} = \frac{K_m^2(w)[J_m^2(u) - J_{m-1}(u)J_{m+1}(u)]}{J_m^2(u)K_{m-1}(w)K_{m+1}(w) - K_m^2(w)J_{m-1}(u)J_{m+1}(u)}$$

$$F_2 = \frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{J_m^2(u)[K_m^2(w) - K_{m-1}(w)K_{m+1}(w)]}{K_m^2(w)J_{m-1}(u)J_{m+1}(u) - J_m^2(u)K_{m-1}(w)K_{m+1}(w)}$$



纤芯与包层中传送功率与总功率之比 F_1 、 F_2 与归一化频率关系。

- 频率增加后，电磁场汇聚在纤芯；
- 从图中可以看出 LP_{mn} 模的截止情况

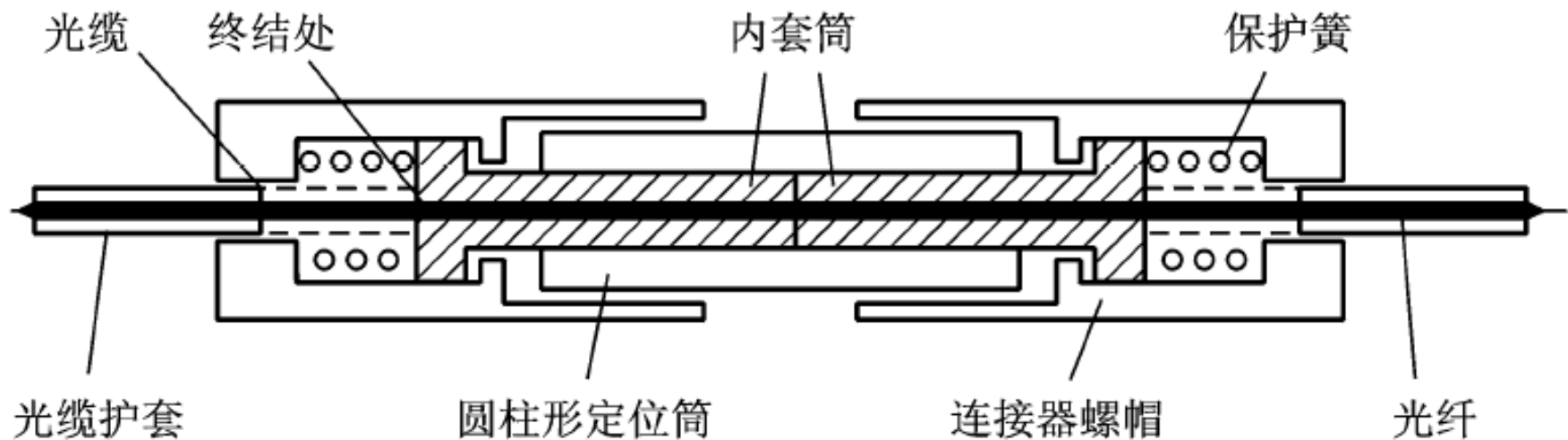
6.8 光纤的波动分析

- 线偏振模及其截止特性与场分布
- 归一化参数与色散
- 无源光器件

6.4 波导器件

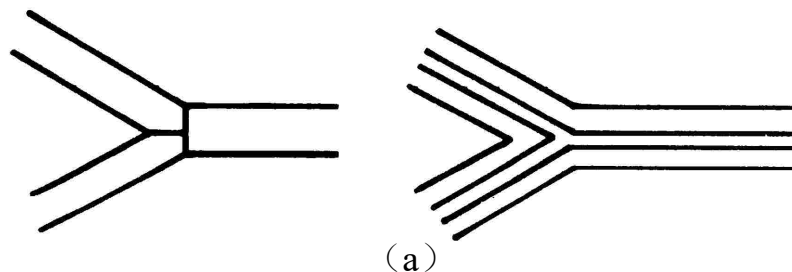
圆柱套筒型光纤活动连接器

14

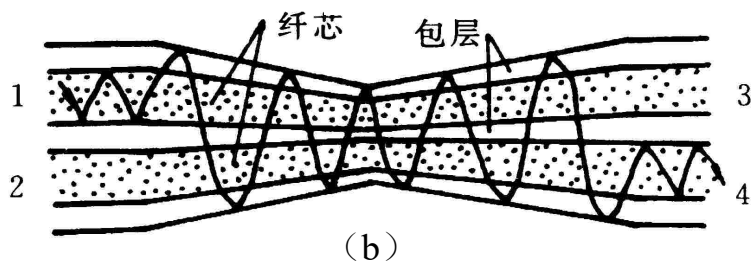


光纤连接器的作用是实现系统中设备之间、设备与仪表之间、设备与光纤之间及光纤与光纤之间的活动连接，以便于系统的接续、测试和维护。

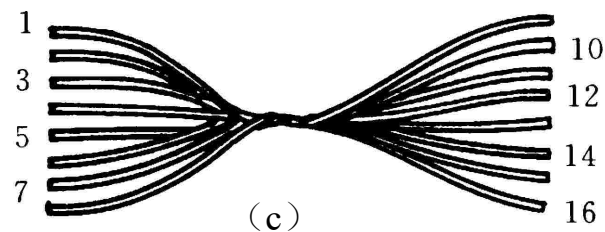
(a) Y型分路器



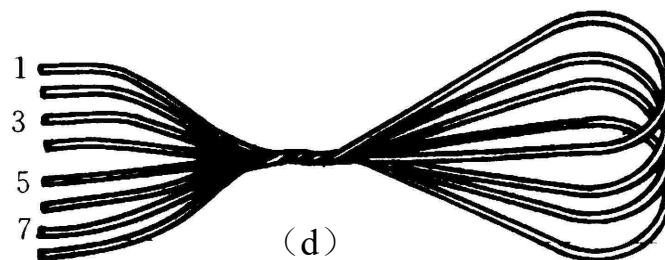
(b) X型2×2定向耦合器



(c) 8路传输型星形耦合器



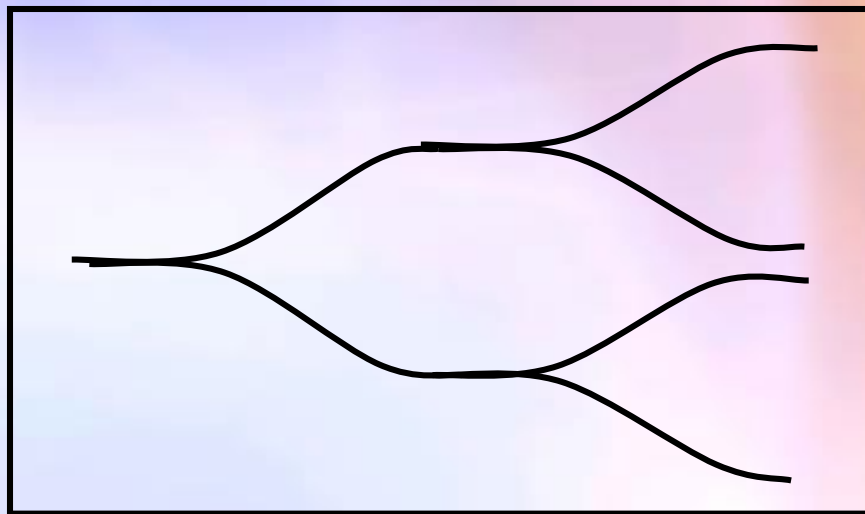
(d) 8路反射型星形耦合器



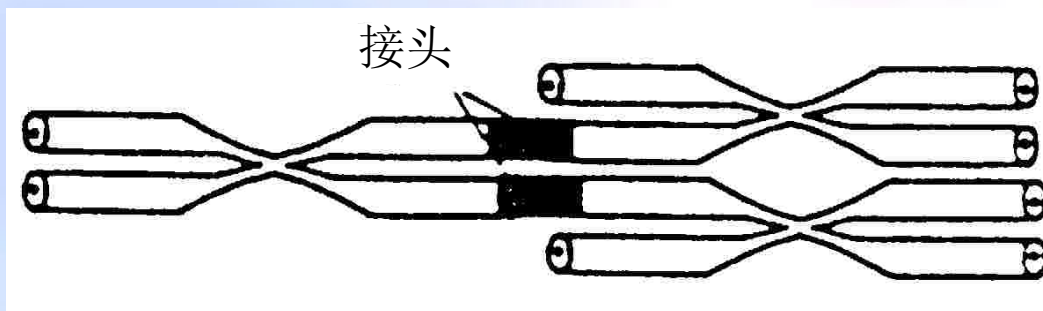
用Y形分路器、 2×2 定向耦合器构成星形耦合器

16

可用多个Y形分路器来构成
 $1\times N$ 耦合器

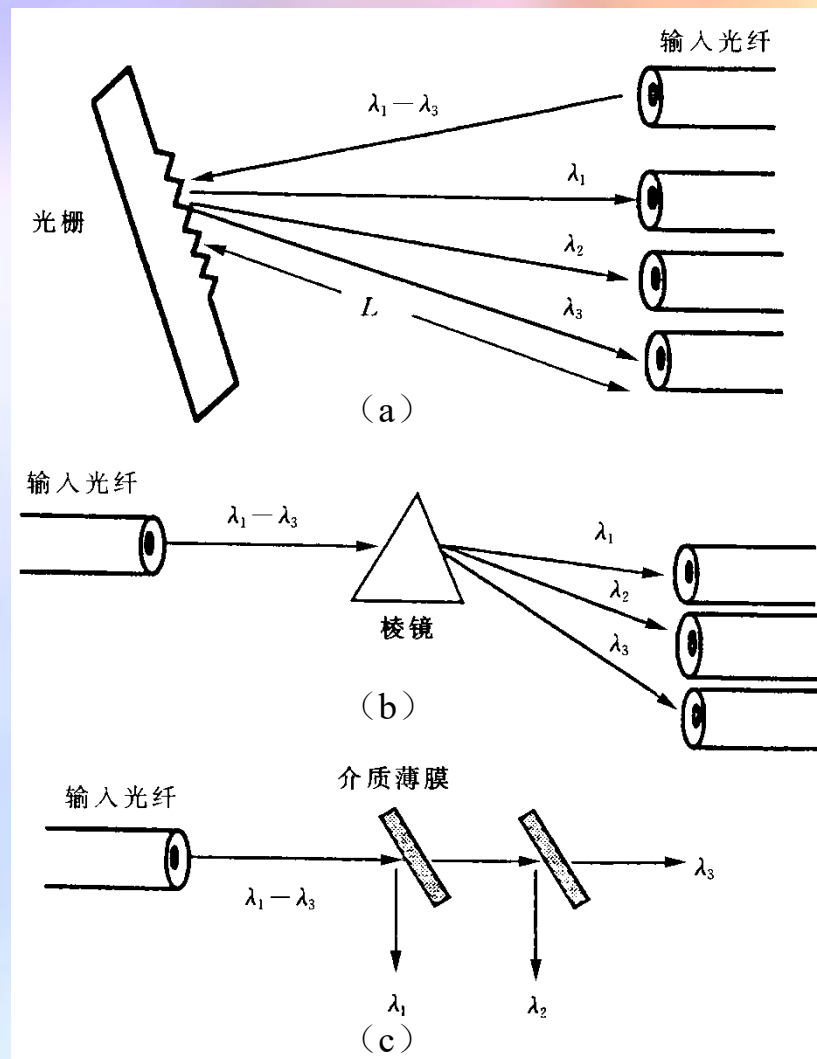


可用多个 2×2 定向耦合器来构成
 $2\times N$ 星形耦合器



光波分复用（WDM）技术是在单根光纤上同时传输几个不同波长的光信号，以增加光纤传输系统的信息容量。

波分复用器把不同波长的光信号复合注入到一根光纤中，或者相反地把复合的多波长信号解复用，把不同波长的信号分离出来。



(a) 衍射光栅型 (b) 棱镜色散型
(c) 干涉滤光型

6.8 光纤的波动分析

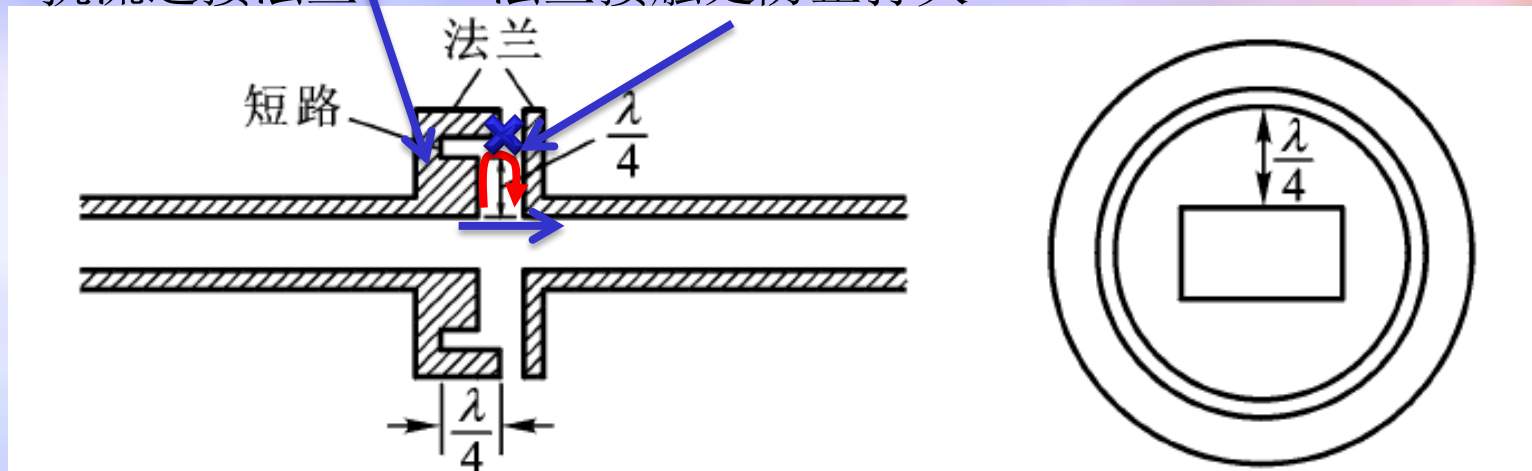
- 线偏振模及其截止特性与场分布
- 归一化参数与色散
- 无源光器件

6.4 波导器件

- | | |
|---------|------------|
| ■ 波导连接器 | ■ 3dB定向耦合器 |
| ■ 短路器 | ■ 单螺调配器 |
| ■ 匹配负载 | ■ 膜片与谐振窗 |
| ■ 可调衰减器 | ■ 波导滤波器 |
| ■ 波导分支器 | ■ 旋转波导结 |
| ■ 定向耦合器 | ■ 铁氧体波导器件 |

波导连接器

抗流连接法兰 法兰接触处防止打火



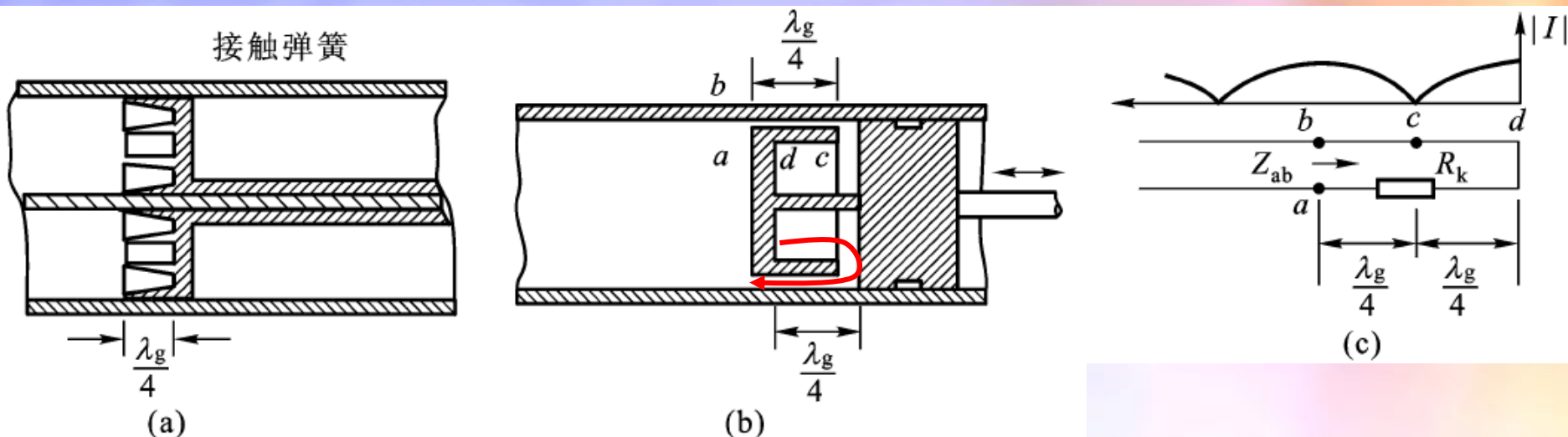
抗流连接法兰，实际上是一个抗流法兰与一个平法兰连接。

抗流法兰在离开波导壁 $\lambda/4$ 处开 $\lambda/4$ 的纵向槽，以构成一段 $\lambda/4$ 短路线，使得从两波导法兰接触处向 $\lambda/4$ 短路线看进去的阻抗，相当于开路，因而两波导法兰接触处没有或只有很小高频电流流过，从而避免连接处“打火”现象的产生。

两法兰接触处离开波导壁又近似 $\lambda/4$ ，构成一个在两法兰接触处开路的 $\lambda/4$ 伞形线，因而在波导内壁，两波导虽然没有直接接触，但对微波还是短路的。

相对于平法兰而言，抗流法兰的不足之处是频带窄，适用于大功率系统。





(a) 接触式短路器

(b) 抗流式短路器

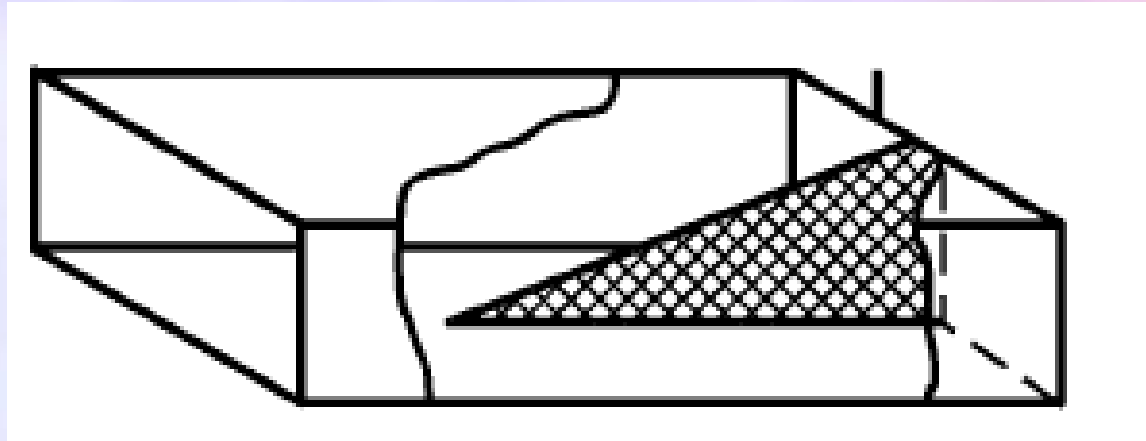
(c) 抗流短路器等效电路

反射系数 $\Gamma=-1$ 的器件称为短路器，而 $\Gamma=+1$ 的器件就称为开路器。

短路器的作用使入射电磁波被全反射。

按短路面是固定的还是可移动的，短路器分为固定式与可移动式两种。

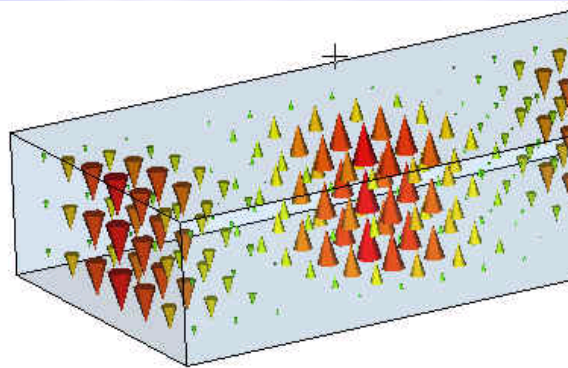
可移动短路器也称短路活塞。



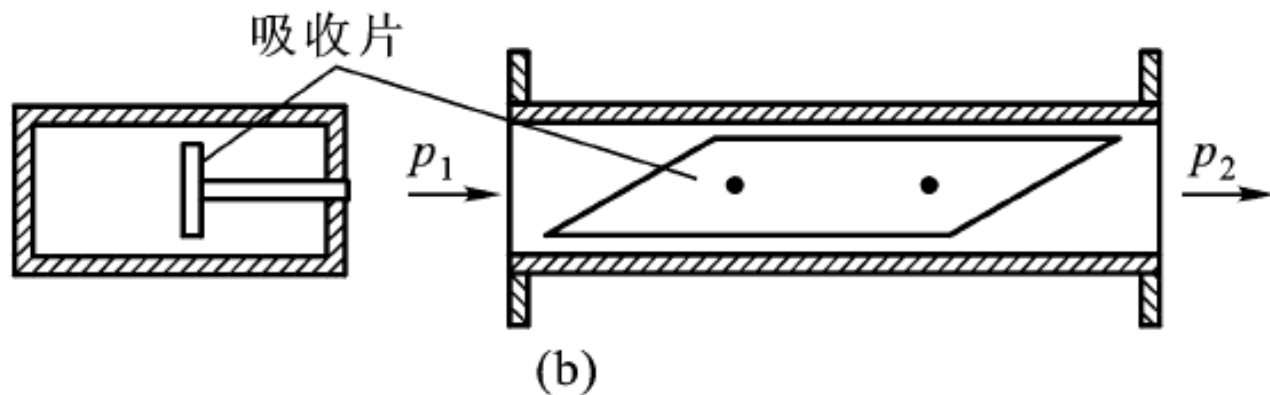
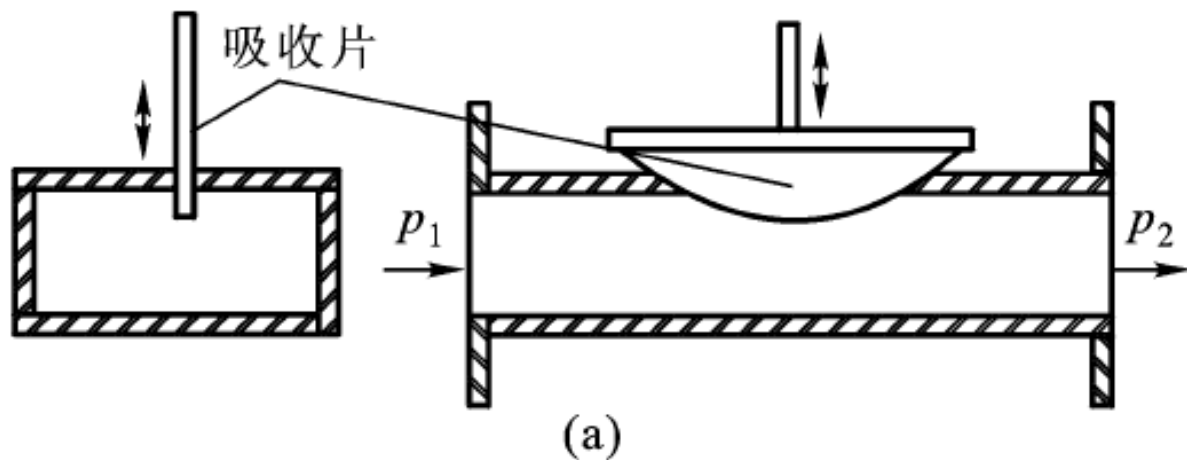
反射系数 $\Gamma = 0$ 的器件称为匹配负载。

投射到匹配负载的电磁波将全部被吸收而没有反射。

如果在波导终端安置吸收微波的介质，使之将入射波能量全部吸收，因而反射系数 $\Gamma = 0$ ，这就是匹配负载。



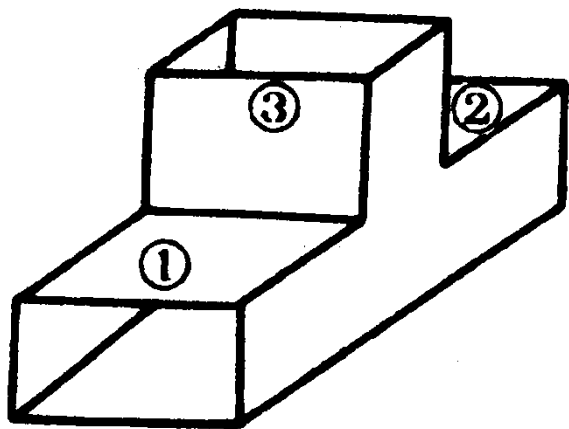
TE10模



(a) 吸收片由宽边中心插入

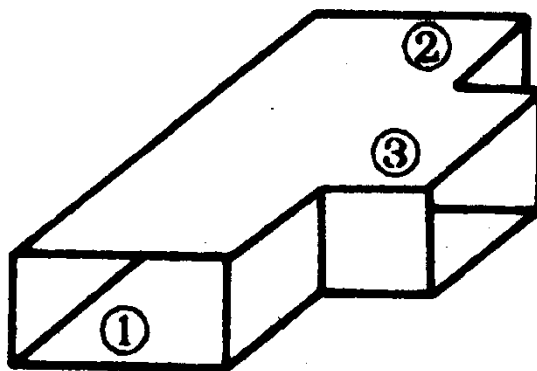
(b) 吸收片从窄边推向波导中心

衰减器控制微波传输功率的大小



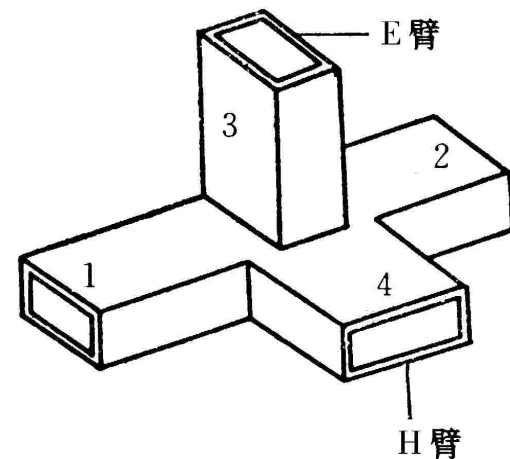
E-T分支

- 端口3输入时，端口1和2输出**反相**；
- 端口1和2同相输入时，端口3无输出；
- 端口1和2反相输入时，端口3输出最大。



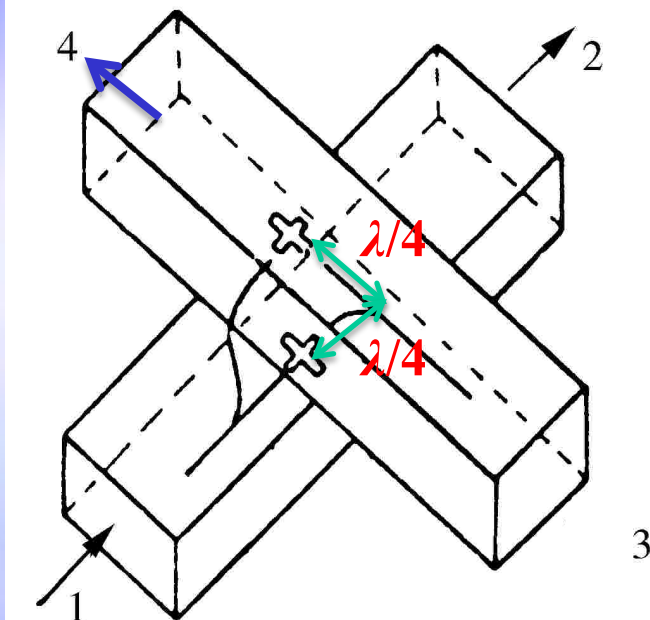
H-T分支

- 端口3输入时，端口1和2输出**同相**；
- 端口1和2同相输入时，端口3输出最大；
- 端口1和2反相输入时，端口3无输出。

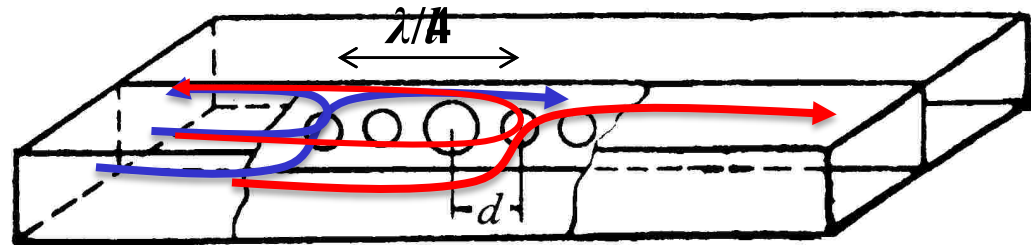


双T分支（魔T）

- E臂输入功率由侧臂**反相**等分输出，不进入H臂；
- H臂输入功率由侧臂**同相**等分输出，不进入E臂。



(a) 十字形定向耦合器

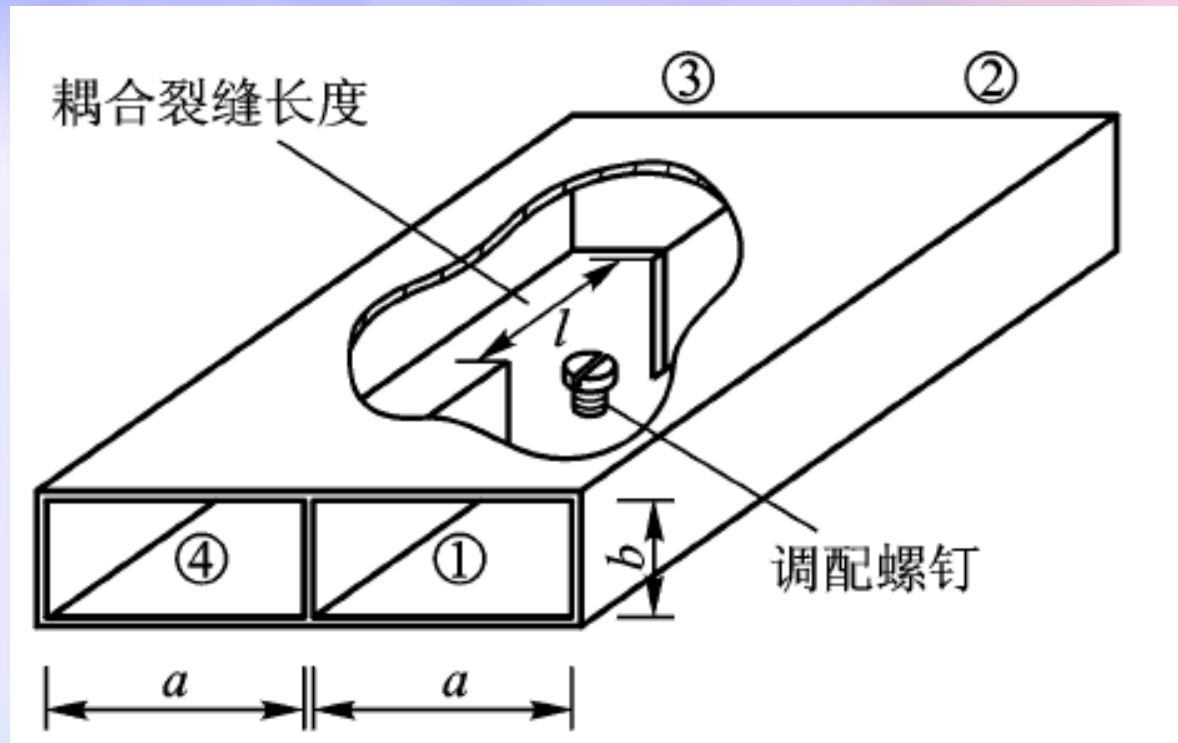


(b) 窄边多孔耦合的定向耦合器

定向耦合器是一种具有方向性的功率分配器，它有四个端口。

如要将沿波导给定方向传输的一部分功率耦合出来进行分析处理，就可用定向耦合器。

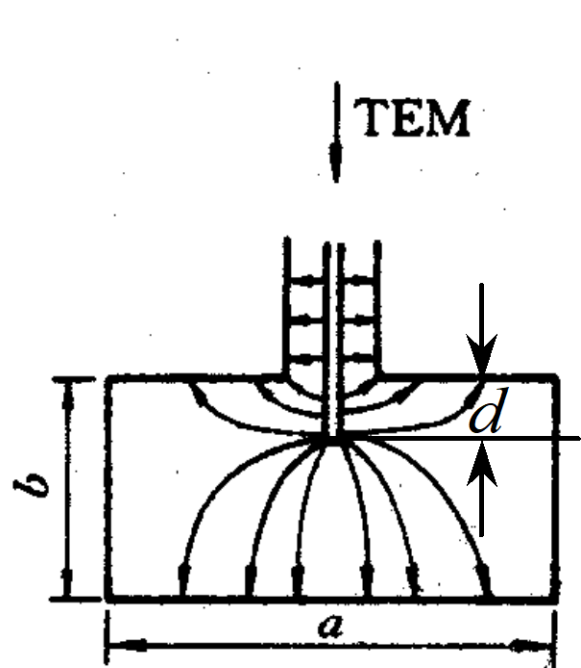
在波导壁开孔、开槽即可使波导中传播的电磁能量通过所开的孔或槽辐射到另一波导，如果耦合孔、耦合槽缝的设计使得辐射到另一波导的能量相互干涉，以致沿一个方向辐射被加强，另一方向被削弱，即可构成定向耦合器。



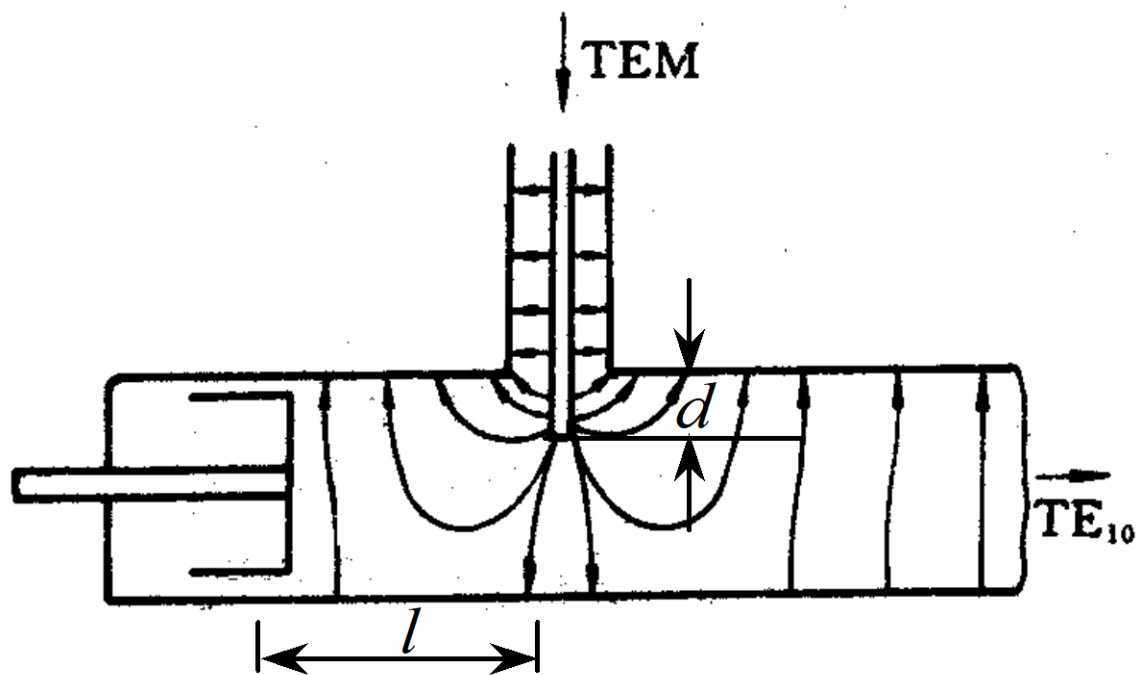
耦合端口③输出功率与直通端口②输出功率相等，即端口②与③的输出刚好是输入功率的一半，小了3dB，故称这种耦合器为3dB耦合器。

耦合端口③输出与直通端口②输出有 90° 相移。

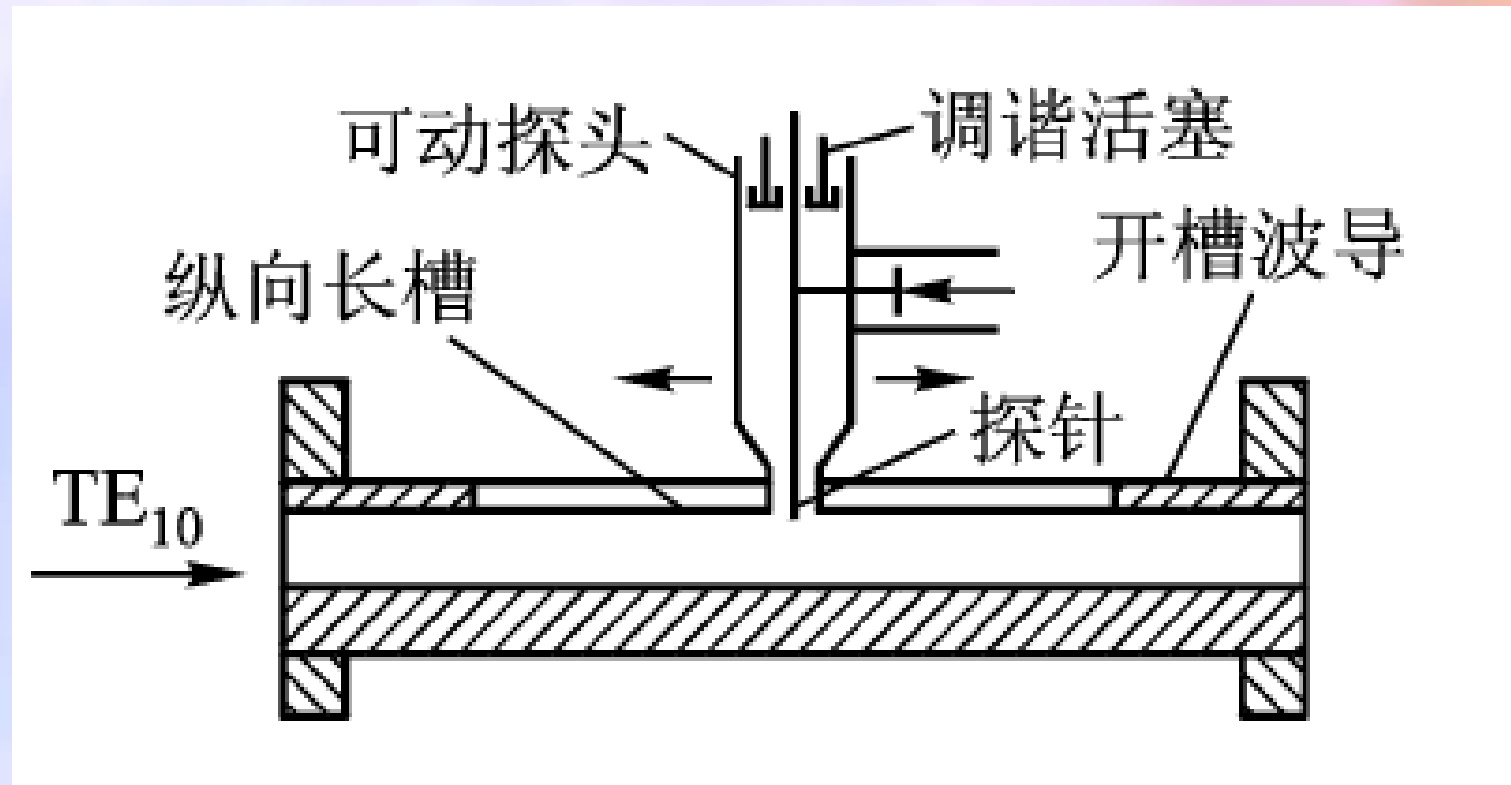
TE₁₀模与TE₂₀模：偶模和奇模

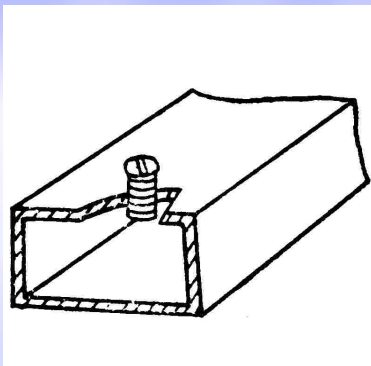


(a)

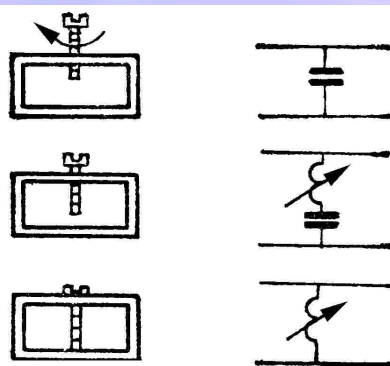


(b)

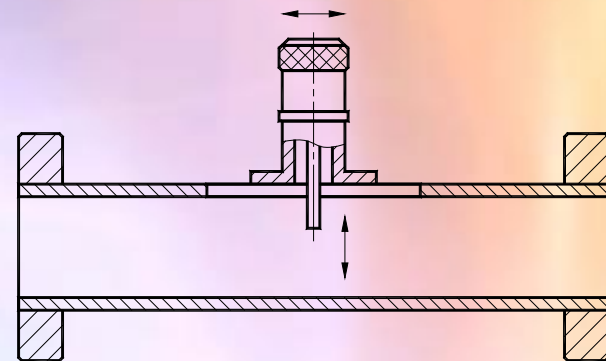




(a) 单螺调配器

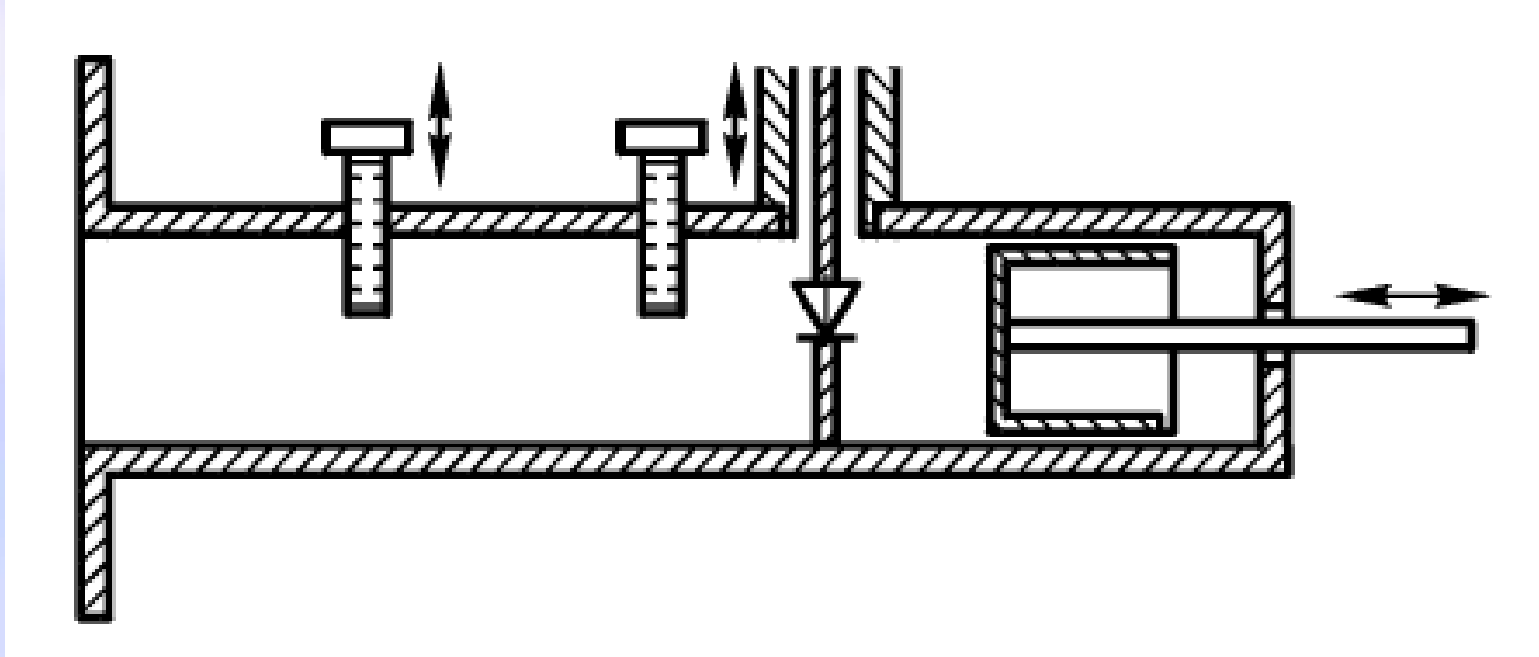


(b) 等效电路



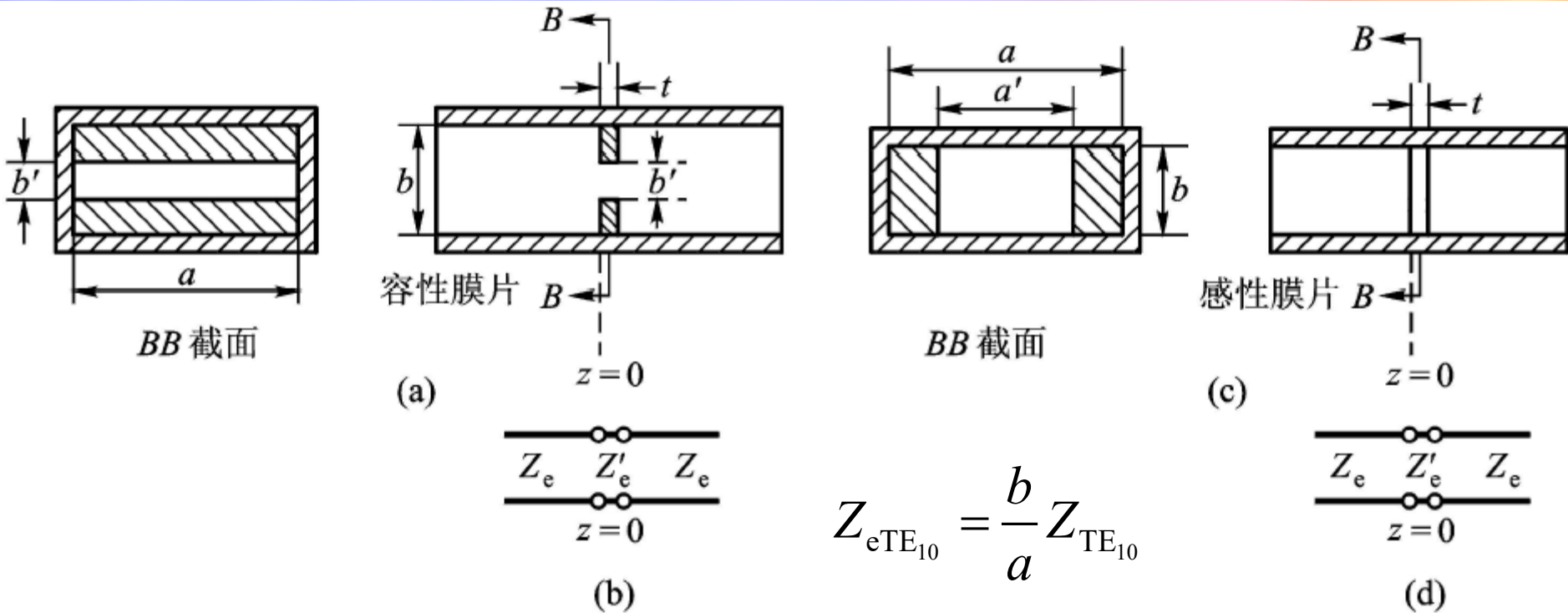
(c) 纵向可移动的单螺调配器

单螺调配器相当于一个并联可变电纳，因而可用于波导电路的调配。



波导检波器用于检测波导内传播的微波信号

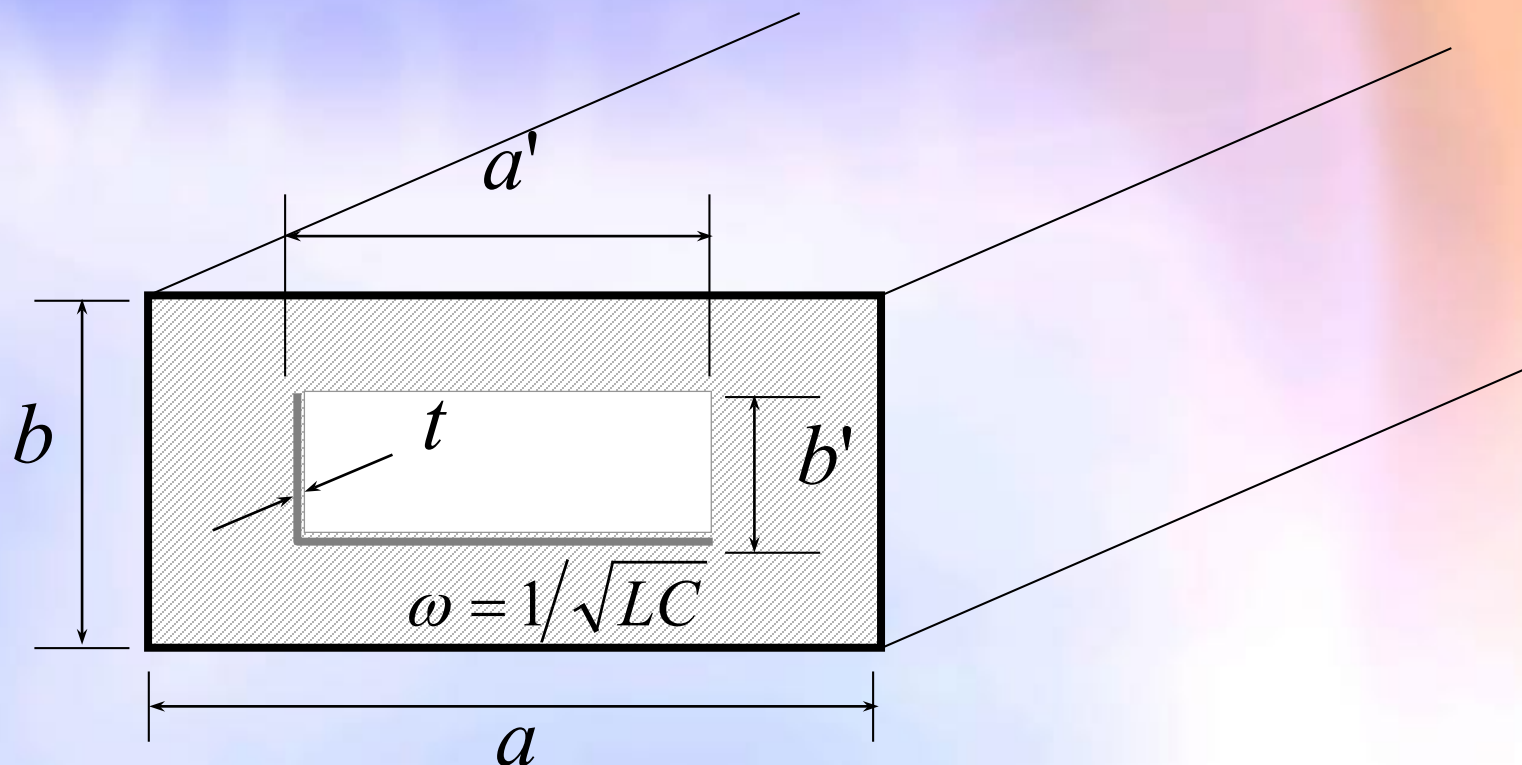
矩形波导膜片



图(a)所示在矩形波导中插入两金属薄片构成的膜片可等效为一电容，称为容性膜片。

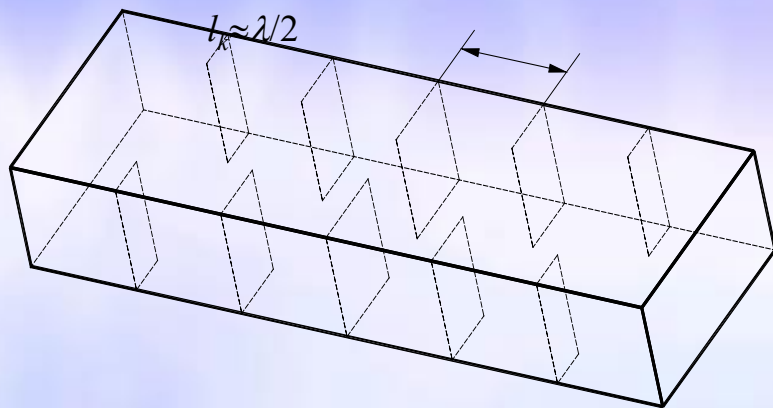
图(c)所示的插入矩形波导的两金属薄片构成的膜片等效为一电感，称为感性膜片。

所谓薄片是指其厚度 t 比波导波长 λ_g 小得多，即 $t \ll \lambda_g$ 。

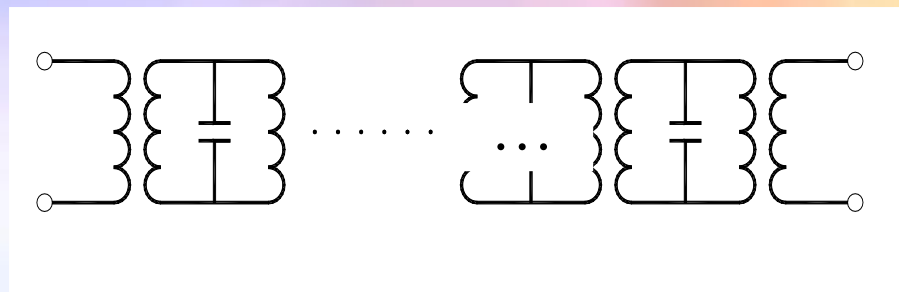


如果把容性、感性膜片结合起来，如图所示，就构成谐振窗。它相当于**并联LC回路**。

当波导传播电磁波工作频率与回路固有谐振频率相等，即 $\omega = 1/\sqrt{LC}$ 时，电磁波可无反射通过。



(a) 电感膜片耦合波导带通滤波器



(b) 等效电路

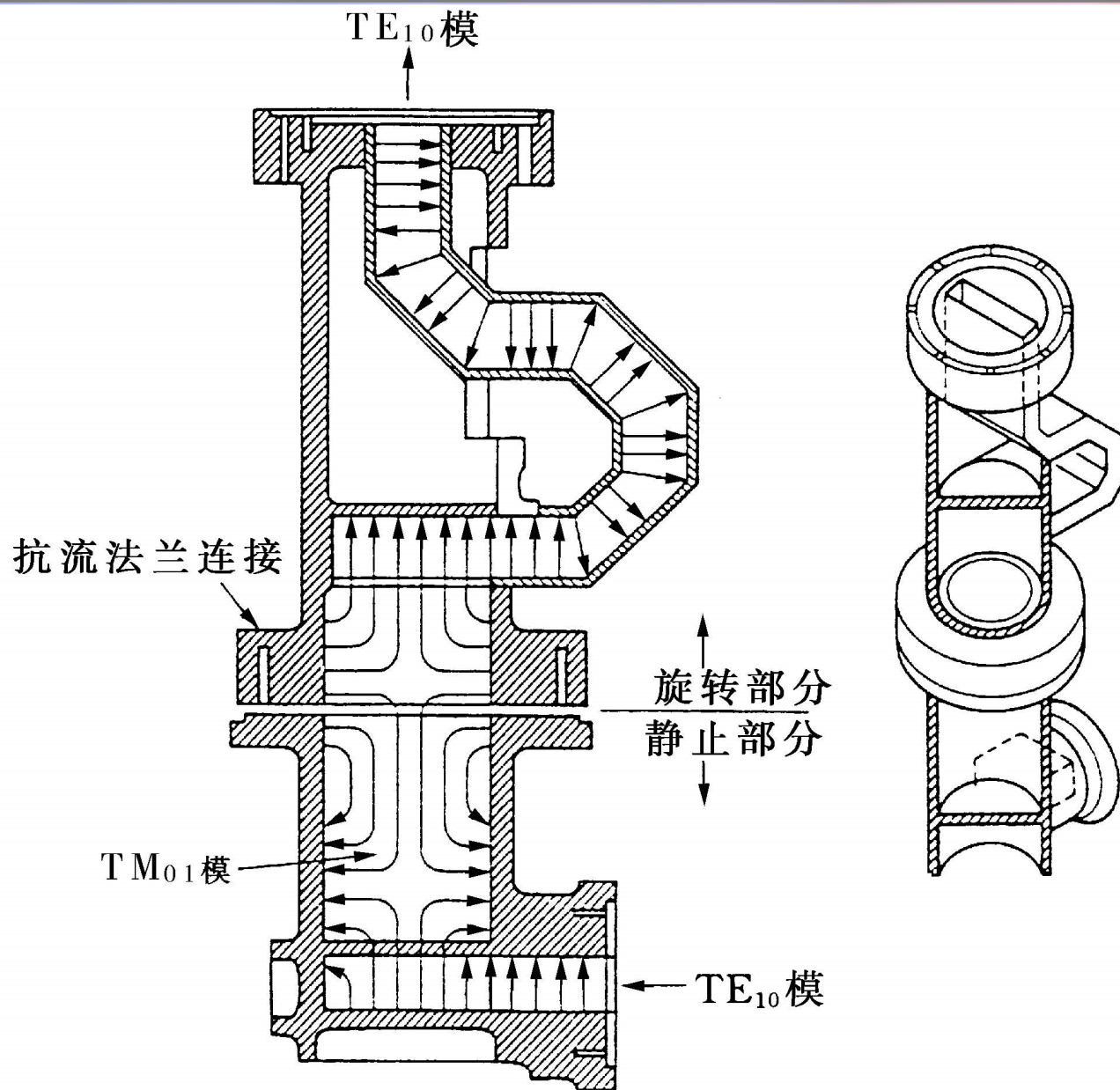
滤波器是二端口元件，对输入信号频谱的不同频率分量提供不同的插入损耗。

如果信号频谱的频率分量落在滤波器的通带范围内，滤波器的插入损耗很小，使信号顺利通过；

反之，如果信号频谱的频率分量落在滤波器的阻带范围内，衰减很大，信号很难通过。因此信号经过滤波器，其频谱就得到处理。

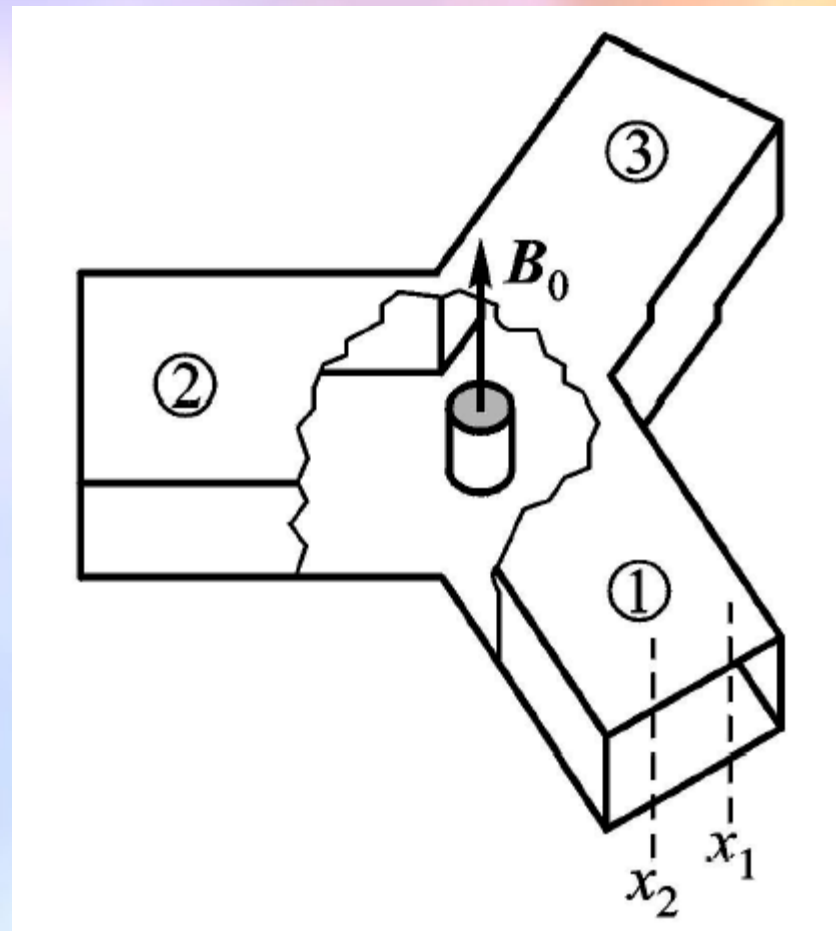
由两个方-圆波导过渡组成的旋转波导结

33



环行器有三个端口，是非互易器件，它能保证微波功率的单向循环传输，而反向是隔离的。

微波功率的单向循环传输是指，如果微波信号从端口①输入，功率传输的顺序有两种可能，一种是顺时针，端口①输入功率单向传输到端口②，从端口②进入的信号单向传输到端口③，而从端口③输入的信号又单向回到端口①，完成一循环。另一种是逆时针循环传输，其顺序为端口①→端口③→端口②→端口①。



复习要点

- 在标量波动分析近似下，假定光纤中场是偏振的，记为LP模，横截面不同的场结构以下标 mn 标记，即 LP_{mn} ， n 表示半径方向暗环出现的次数， m 表示圆周方向场变化周期数。
- LP模没有低频截止，最低模是 LP_{01} 模。 LP_{01} 模是二重简并的， LP_{11} 模则是四重简并的。
- 要理解基于矩形波导与光纤的器件。

复习范围

6.8.2~6.8.4, 6.4