

电磁场与电磁波

作业：6.21，用ADS设计一个6.21的耦合微带线

第17讲

6.6 微带线与耦合微带线

- 微带线
- 耦合微带线

魏兴昌

浙江大学

weixc@zju.edu.cn

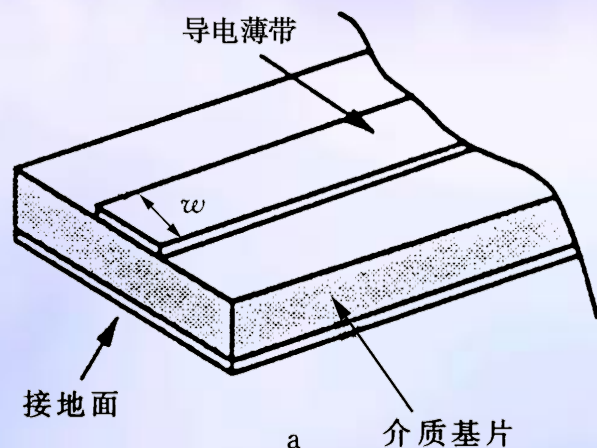
- 微带线

- 耦合微带线

TEM模近似下的微带线

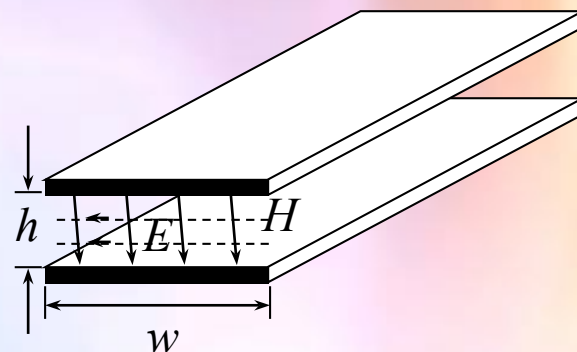
3

实际微带线



用TEM模近似的平行平板波导
认为电磁场完全束缚在接地面和导电薄带之间

近似
→



TEM模近似下微带线的特征参数（单位长度电阻、电导、电感、电容）

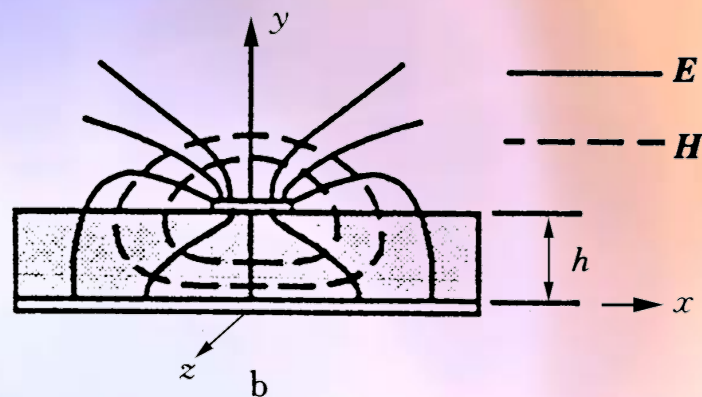
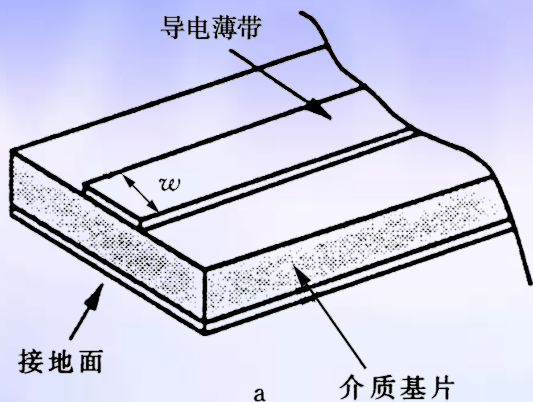
$$R' = \frac{2R_s}{w} \quad G' = \frac{\sigma w}{h} \quad L' = \frac{\mu h}{w} \quad C' = \frac{\varepsilon w}{h}$$

$$k = \omega \sqrt{L'C'} = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{h}{w}$$

- 不精确模型，意义在于理解微带线的 Z_c 随 w 和 h 的变化趋势。
- 边缘效应使微带线的特征阻抗变小。

介质填充不均匀导致微带线不支持纯TEM工作

4



交界面电场切向分量连续

$$E_x^d = E_x^a \Rightarrow (\nabla \times \mathbf{H})_x^d = \epsilon_r (\nabla \times \mathbf{H})_x^a$$
$$\overbrace{\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \mathbf{E}} \quad \left(\frac{\partial H_y}{\partial z} \right)^d - \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^d = \epsilon_r \left[\left(\frac{\partial H_y}{\partial z} \right)^a - \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^a \right]$$

应用介质和空气分界面磁场
法向分量 (H_y) 连续条件

$$\epsilon_r \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^a - \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^d = (\epsilon_r - 1) \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

因为(1) $\epsilon_r \neq 1$; (2) H_y 含有沿 z 方向(波导传播方向)的 e^{-jkz} 和 e^{jkz} , H_y 对 z 的导数不为零。所以式左边为非零量。这只有当 $H_z \neq 0$ 才能满足。

同样, 从介质与空气交界面磁场的切向分量连续导致 $E_z \neq 0$ 。

实际中, H_z 和 E_z 很小, 微带线传输准TEM模式。

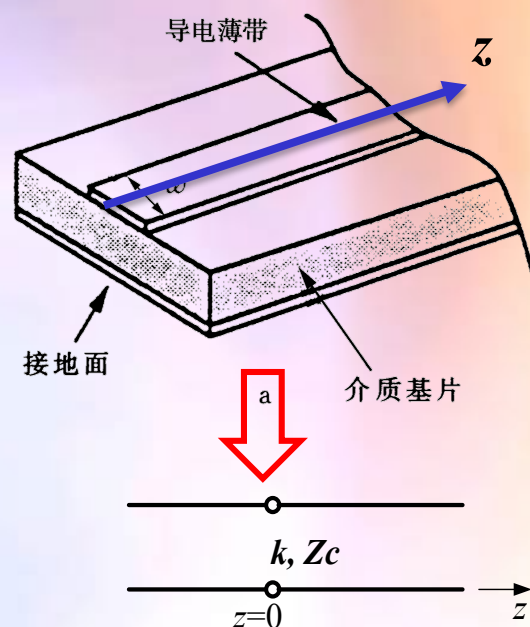
准TEM模近似下的微带线

不考虑微带线的色散，即假设微带线的传播常数 k 与频率 ω 呈线性关系

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon_e} = \omega \sqrt{\epsilon_{re} \epsilon_0 \mu_0} = k_0 \sqrt{\epsilon_{re}}$$

ϵ_{re} 的物理意义是：当微带线等效为平行板波导，并为相对介电常数 ϵ_{re} 的介质填充时，该平行平板波导的相速即微带线的相速。

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_e \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{re} \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$



准TEM模近似下，微带线的色散特性归结为求有效相对介电常数

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} F(w/h) \rightarrow \text{修正因子}$$

$$F(w/h) = \begin{cases} (1 + 12h/w)^{-1/2} + 0.04(1 - w/h)^2 & (w/h \leq 1) \\ (1 + 12h/w)^{-1/2} & (w/h \geq 1) \end{cases}$$

准TEM模近似下的微带线

$$\text{特征阻抗 } Z_e = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln\left(\frac{8h}{w} + 0.25\frac{w}{h}\right) \quad \left(\frac{w}{h} \leq 1\right)$$

$$Z_e = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \left\{ \frac{w}{h} + 1.393 + 0.67 \ln\left(\frac{w}{h} + 1.44\right) \right\}^{-1} \quad \left(\frac{w}{h} \geq 1\right)$$

$$\text{式中, } \eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi \ \Omega$$

微带线综合：由 Z_e 及介质基片相对介电常数 ϵ_r ，确定微带线相对尺寸 w/h

当 $Z_e\sqrt{\epsilon_{re}} \geq 89.91$ ，也就是 $A > 1.52$ 时

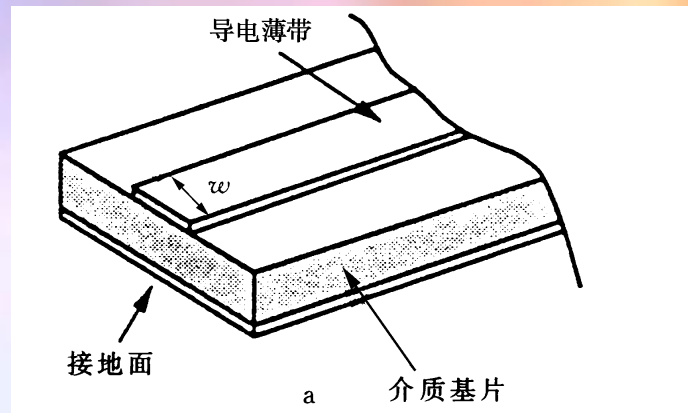
$$\frac{w}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2}$$

当 $Z_e\sqrt{\epsilon_{re}} < 89.91$ ，也就是 $A < 1.52$ 时

$$\frac{w}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right\}$$

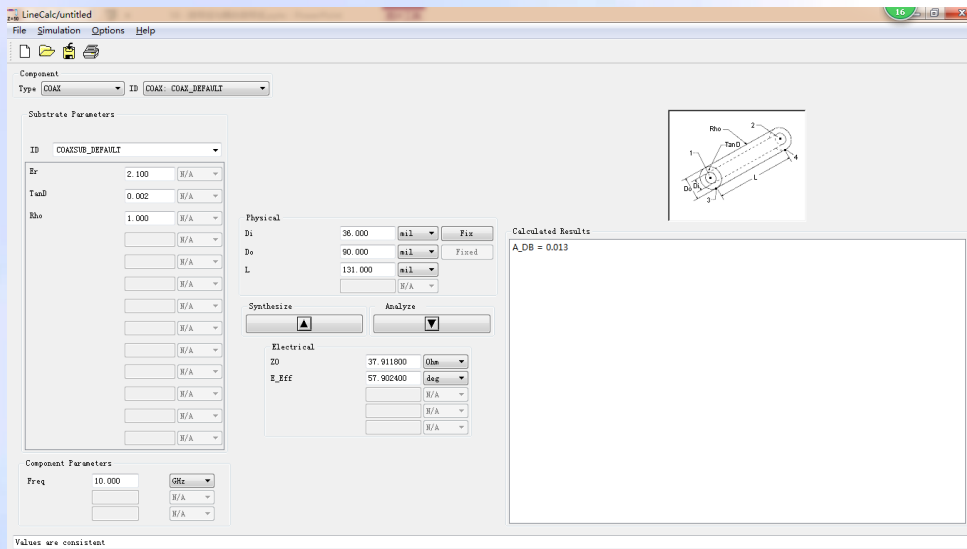
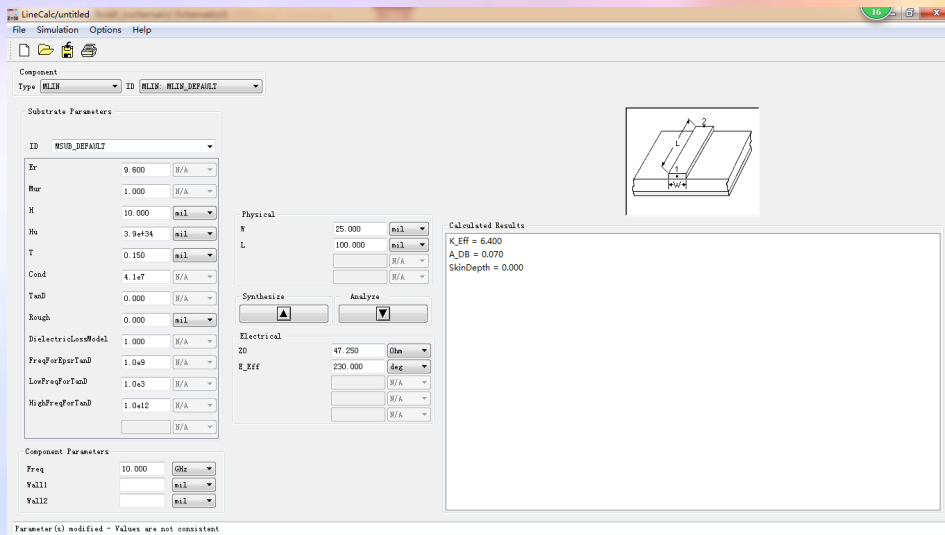
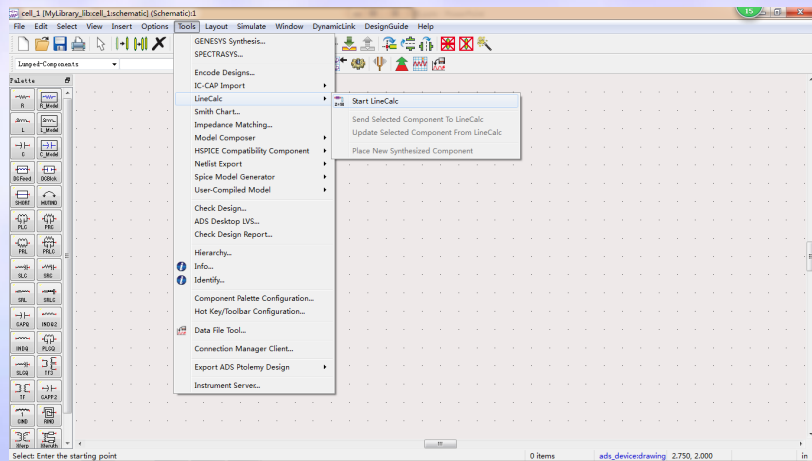
$$A = \frac{Z_e}{60} \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2} \right)^{1/2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{60\pi^2}{Z_e\sqrt{\epsilon_r}}$$

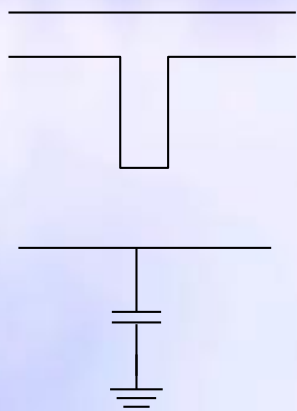


微带线分析和综合的工具

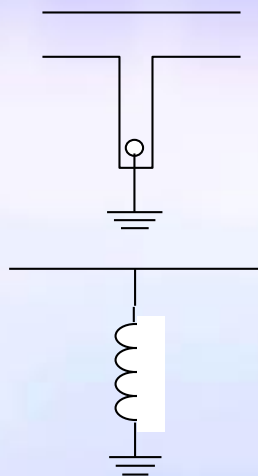
7



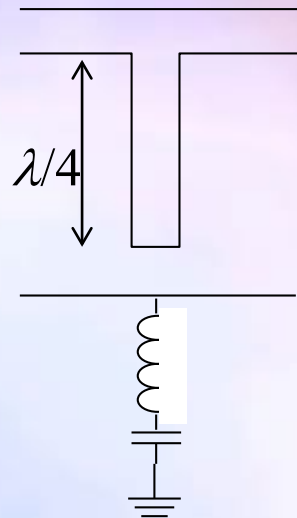
基于微带线的电路元件



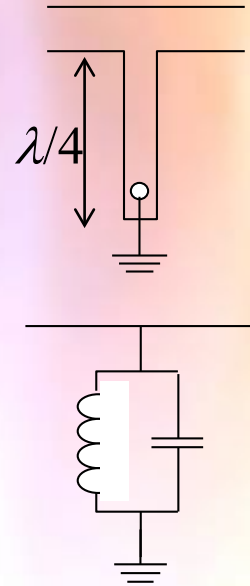
长度小于 $\lambda/4$ 的
开路微带线



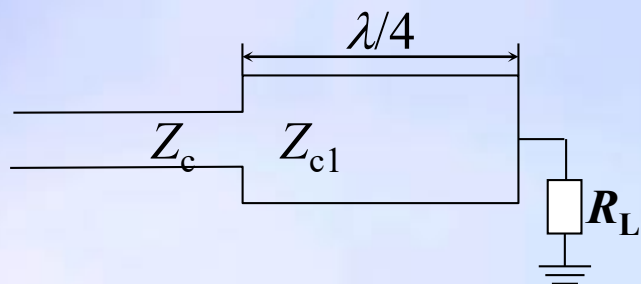
长度小于 $\lambda/4$ 的
短路微带线



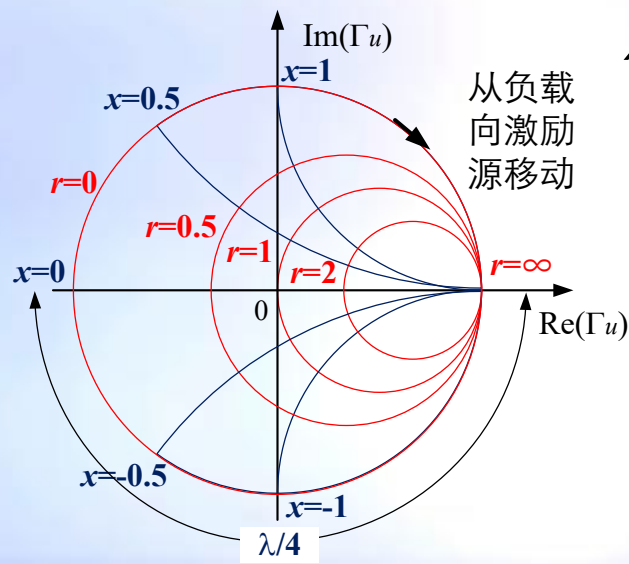
$\lambda/4$ 开路微带线



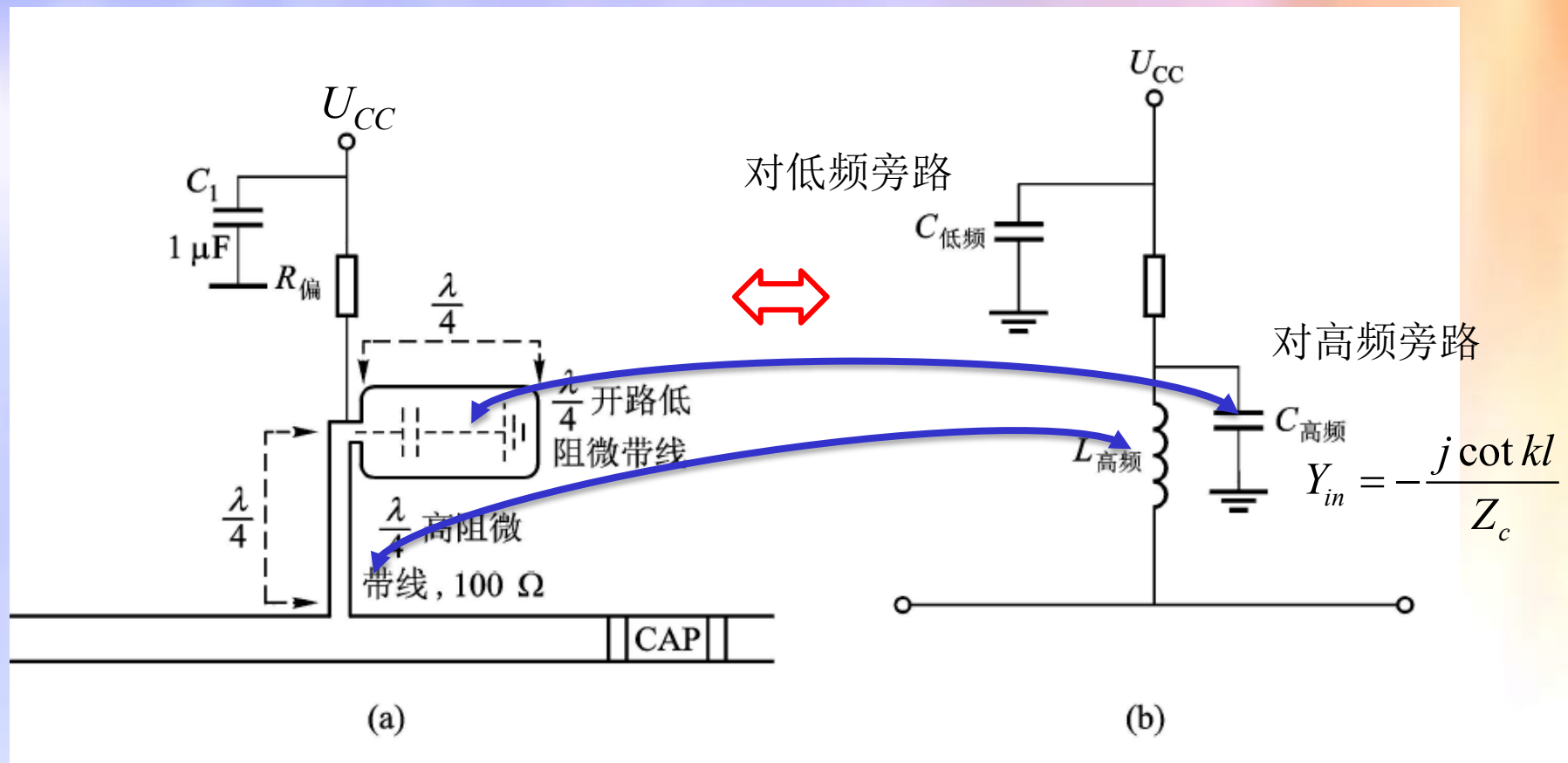
$\lambda/4$ 短路微带线



$\lambda/4$ 变换器 $Z_{in} = \frac{Z_{c1}^2}{R_L}$



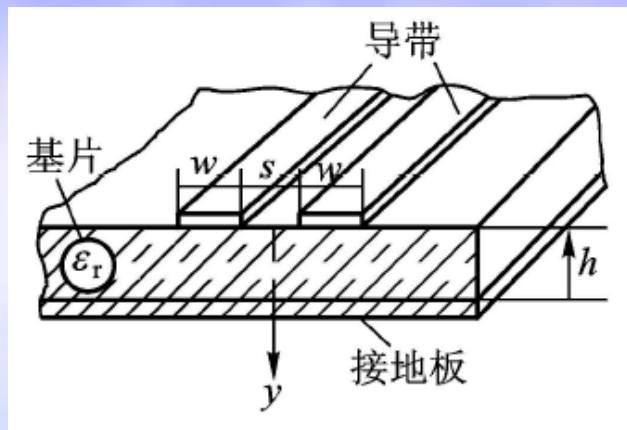
基于微带线的偏置电路



直流偏置去耦电路

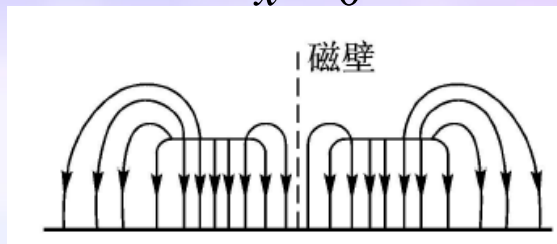
(a) 基于微带线的偏置电路 (b) 基于集总元件的偏置电路

- 微带线
- 耦合微带线



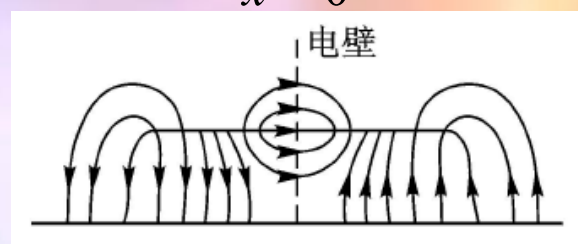
(a)耦合微带线

等幅同相电压激励，偶模
 $x = 0$



(b)偶模场分布

等幅反相电压激励，奇模
 $x = 0$



(c)奇模场分布

偶对称模式(even): 对于 $x = 0$ 对称面是偶对称的, 两微带线中所传输的电场沿 y 轴方向同为正值。

奇对称模式(odd): 对于 $x = 0$ 对称面是奇对称的, 两个微带线中所传输的电场沿 y 轴方向一个为正, 另一个为负。

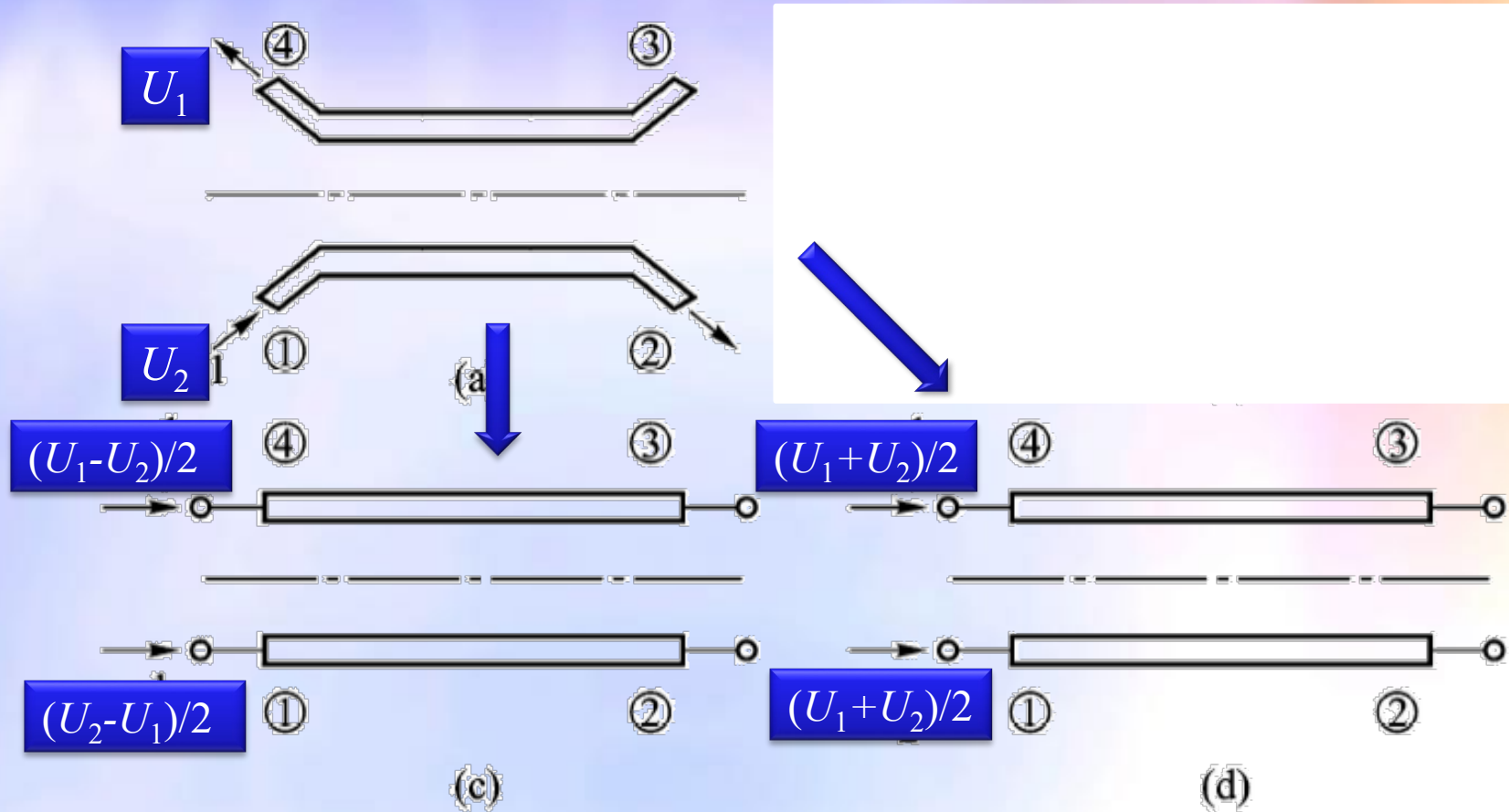
对于偶对称模式, 在 $x = 0$ 对称面上, 磁场的切向分量为零, 电力线平行于对称面, 对称面可等效为“磁壁”, 相当于开路。

对于奇对称模式, 对称面上电场的切向分量为零, 对称面可等效为“电壁”, 相当于短路。

奇模和偶模的特征阻抗、色散或有效介电常数都是有区别的。

耦合微带线的激励可以分解为奇、偶模

12

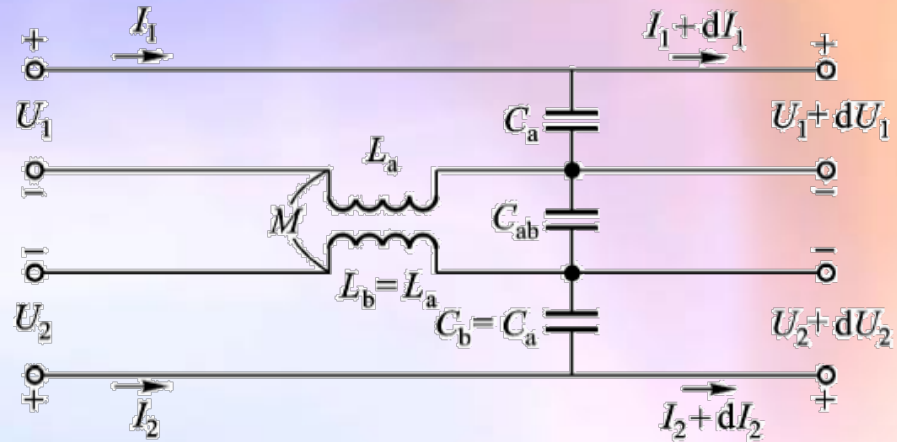
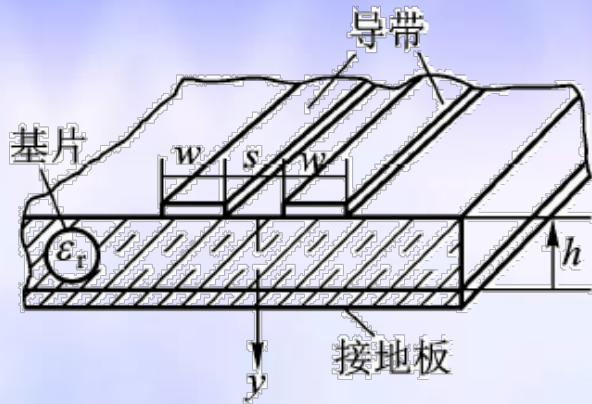


等幅反相电压激励，奇模

等幅同相电压激励，偶模

$$\begin{cases} U_e = (U_1 + U_2) / 2 \\ U_o = (U_1 - U_2) / 2 \end{cases}$$

耦合微带线的等效电路与方程



三导体传输线方程

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU_1}{dz} &= j\omega L I_1 + j\omega L_{ab} I_2 \\ -\frac{dU_2}{dz} &= j\omega L_{ab} I_1 + j\omega L I_2 \\ -\frac{dI_1}{dz} &= j\omega C U_1 - j\omega C_{ab} U_2 \\ -\frac{dI_2}{dz} &= -j\omega C_{ab} U_1 + j\omega C U_2 \end{aligned} \right\}$$

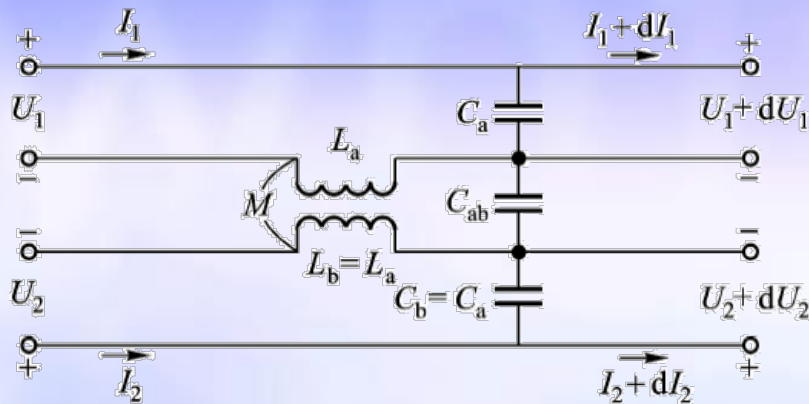
$C = C_a = C_b$ 对称耦合微带线

$L = L_a = L_b$

$M = L_{ab}$

式中, $L = L_a$ 与 $C = C_a + C_{ab}$ 分别表示另一根耦合线存在时的单线分布电感和分布电容。

耦合微带线的等效电路与方程



$$\begin{cases} U_e = (U_1 + U_2) / 2 \\ U_o = (U_1 - U_2) / 2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_e = (I_1 + I_2) / 2 \\ I_o = (I_1 - I_2) / 2 \end{cases}$$

奇偶、偶模电压电流可以视为对原电压电流的编码

定义 $K_L = L_{ab}/L$ 与 $K_C = C_{ab}/C$

偶模激励

$$\begin{cases} -\frac{dU_e}{dz} = j\omega L(1+K_L)I_e \\ -\frac{dI_e}{dz} = j\omega C(1-K_C)U_e \end{cases} \quad \text{去耦合方程}$$

$$\begin{cases} -\frac{dU_1}{dz} = j\omega LI_1 + j\omega L_{ab}I_2 & (1) \\ -\frac{dU_2}{dz} = j\omega L_{ab}I_1 + j\omega LI_2 & (2) \\ -\frac{dI_1}{dz} = j\omega CU_1 - j\omega C_{ab}U_2 & (3) \\ -\frac{dI_2}{dz} = -j\omega C_{ab}U_1 + j\omega CU_2 & (4) \end{cases}$$

耦合在一齐

$$\frac{(3)+(4)}{2}$$

奇模激励

$$\begin{cases} -\frac{dU_o}{dz} = j\omega L(1-K_L)I_o \\ -\frac{dI_o}{dz} = j\omega C(1+K_C)U_o \end{cases}$$

耦合微带线偶模与奇模的特征参数

偶模传输线参数

$$k_e = \omega \sqrt{LC(1+K_L)(1-K_C)}$$

$$v_{pe} = \frac{\omega}{k_e} = \frac{1}{\sqrt{LC(1+K_L)(1-K_C)}}$$

$$Z_{0e} = \frac{1}{v_{pe} C_{0e}} = \sqrt{\frac{L(1+K_L)}{C(1-K_C)}}$$

$$C_{0e} = C(1-K_C)$$

奇模传输线参数

$$k_o = \omega \sqrt{LC(1-K_L)(1+K_C)}$$

$$v_{po} = \frac{\omega}{k_o} = \frac{1}{\sqrt{LC(1-K_L)(1+K_C)}}$$

$$Z_{0o} = \frac{1}{v_{po} C_{0o}} = \sqrt{\frac{L(1-K_L)}{C(1+K_C)}}$$

$$C_{0o} = C(1+K_C)$$

$K_L = L_{ab}/L$, $K_C = C_{ab}/C$ 。对于 $0 < K_L, K_C < 1$, $Z_{0e} > Z_{0o}$

偶模场沿耦合线的传播，与特征阻抗为 Z_{0e} 、传播常数为 k_e (或相速 $v_{pe} = \omega/k_e$)的传输线上电磁波的传播等效；

奇模场沿耦合线的传播，就等效于沿特征阻抗为 Z_{0o} 、传播常数为 k_o (或相速 $v_{po} = \omega/k_o$)的传输线上电磁波的传播。

Z_{0e} 、 k_e (或有效介电常数 ϵ_{ee})、 Z_{0o} 、 k_o (或有效介电常数 ϵ_{eo})就是描述耦合微带线的四个特征参数。

耦合微带线偶模与奇模的特征参数

耦合微带线的奇、偶模有效介电常数分别为

$$\varepsilon_{eo} = \frac{C_{0o}(\varepsilon_r)}{C_{0o}(1)} = 1 + q_o(\varepsilon_r - 1) \quad \varepsilon_{ee} = \frac{C_{0e}(\varepsilon_r)}{C_{0e}(1)} = 1 + q_e(\varepsilon_r - 1)$$

q_o 、 q_e 奇模、偶模的填充因子；

$C_{0o}(1)$ 和 $C_{0e}(1)$ **空气**作填充介质的情况下奇、偶模电容；

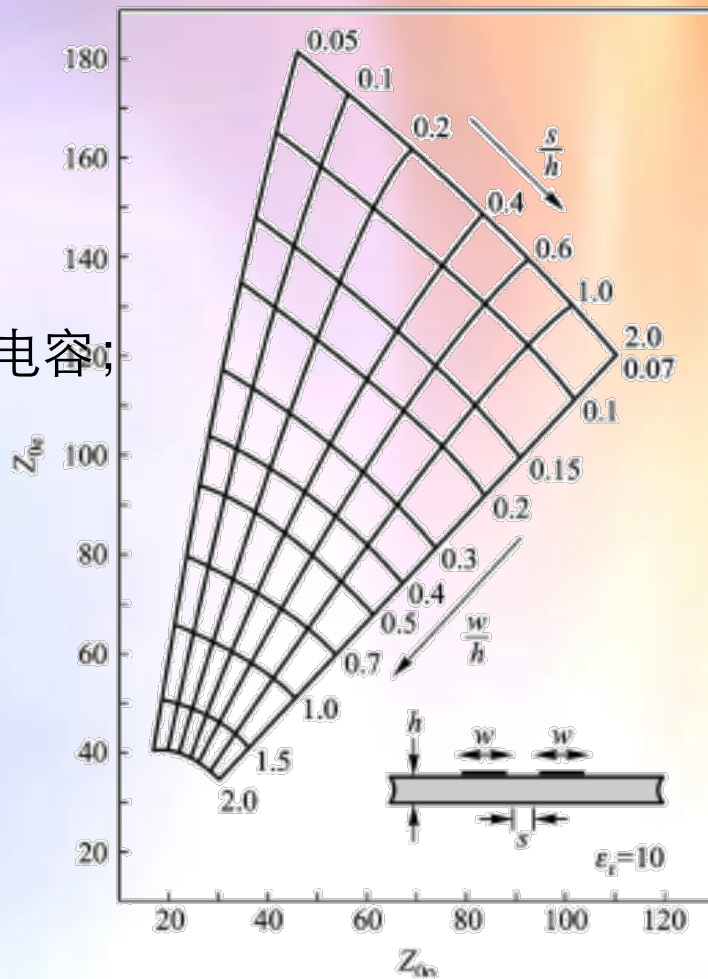
$C_{0o}(\varepsilon_r)$ 和 $C_{0e}(\varepsilon_r)$ **实际介质**情况下的奇、偶模电容。

空气作填充介质的情况下 $K_L=K_C=K$

$$Z_{0e} = Z_{0e}^a / \sqrt{\varepsilon_{ee}} \quad Z_{0o} = Z_{0o}^a / \sqrt{\varepsilon_{eo}}$$

Z_{0o}^a 和 Z_{0e}^a 为**空气**耦合微带的奇、偶模特征阻抗

$$Z_{0o}^a = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{1-K}{1+K}} \quad Z_{0e}^a = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{1+K}{1-K}}$$



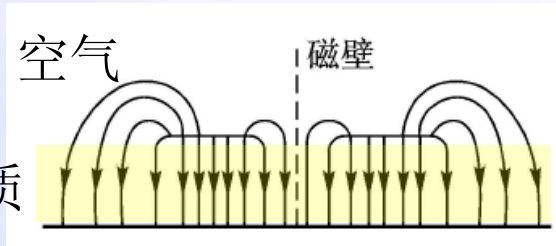
基片介电系数 $\varepsilon_r=10$ 的耦合微带线
偶模和奇模特征阻抗的计算曲线

为什么微带线的奇模传输速度比偶模快？

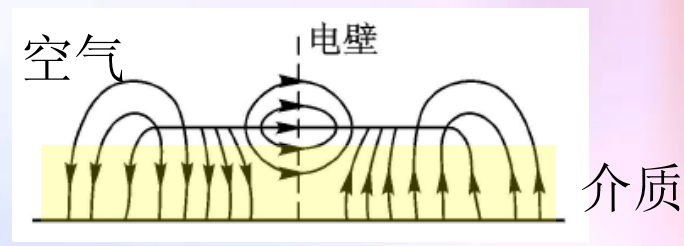
电磁波的速度由导线周围的材料决定。微带线奇模电力线分布在空气的较多，因此其等效 ε_{eo} 小于偶模的 ε_{ee} ，导致奇模传输速度、波长比偶模的大。

$$v_{pe} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon_e}}$$

$$v_{po} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon_o}} \quad \text{介质}$$



偶模



奇模

带状线导体周围的介质材料是均匀的。无论是奇模还是偶模，电力线都在介质材料中，有效介电常数都等于介质材料的介电常数。因此，带状线的奇模和偶模传播速度是相同的。

从公式
上看

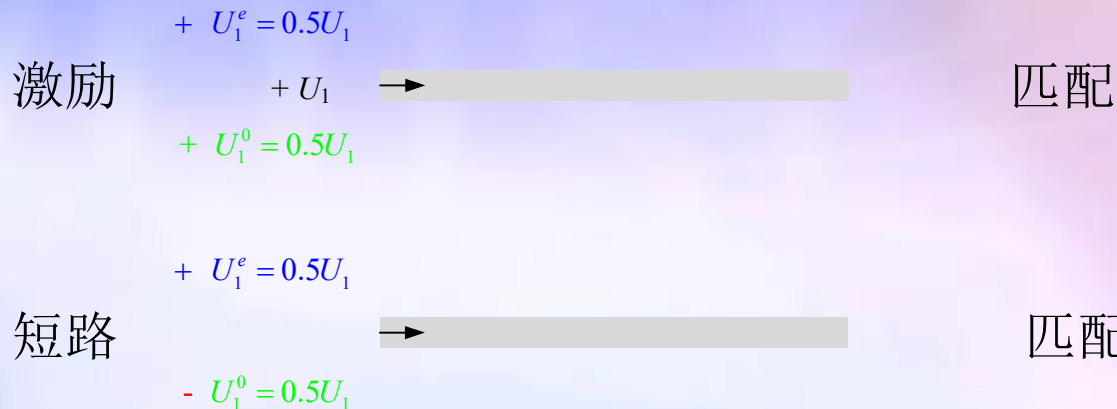
$$v_{pe} = \frac{1}{\sqrt{LC(1+K_L)(1-K_C)}}$$

$$v_{po} = \frac{1}{\sqrt{LC(1-K_L)(1+K_C)}}$$

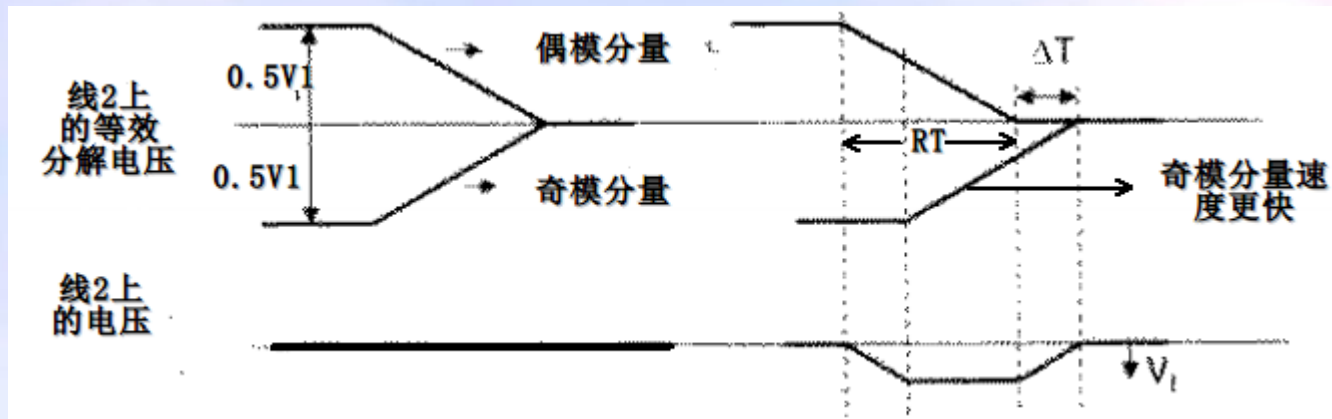
考虑到 $(1+x)/(1-x)$ 在 $0 < x < 1$ 时是单调增函数：

- 微带线, $K_L > K_C$
- 带状线, $K_L = K_C = K$

远端串扰噪声的产生



对于微带线来说，由于奇模信号的速度快，因此奇模信号最先到达远端，这时和偶模信号叠加起来就不再是一个0V的电压信号，而是产生了一个瞬态的电压，这个电压就是我们所说的远端串扰噪声(FEXT)



远端串扰噪声的峰值

$$V_f = -\frac{1}{2}V_1 \times \frac{\Delta T}{RT} = \frac{1}{2}V_1 \times \frac{Len}{RT} \left(\frac{1}{V_{odd}} - \frac{1}{V_{even}} \right)$$

微带线分析和综合的工具

19

LineCalc/untitled

File Simulation Options Help

Component
Type: MCLIN ID: MCLIN: MCLIN_DEFAULT

Substrate Parameters

ID: MSUB_DEFAULT

Er	9.600	N/A
Mur	1.000	N/A
H	10.000	mil
Hu	3.9e+34	mil
T	0.150	mil
Cond	4.1e7	N/A
TanD	0.000	N/A
Rough	0.000	mil
DielectricLossModel	1.000	N/A
FreqForEparTanD	1.0e9	N/A
LowFreqForTanD	1.0e3	N/A
HighFreqForTanD	1.0e12	N/A

Physical

W	25.000	mil
S	10.000	mil
L	100.000	mil

Synthesize Analyze

Electrical

ZE	32.007200	Ohm
Z0	25.826800	Ohm
Z0	28.751500	Ohm
C_DB	-19.423400	N/A
R_Eff	81.318900	deg

Calculated Results

KE = 7.877
KO = 6.378
AE_DB = 0.013
AO_DB = 0.016
SkinDepth = 0.030

Diagram: A 3D perspective view of a microstrip line on a substrate. The substrate has a thickness 'H'. The microstrip has a width 'W' and a length 'L'. The distance between the microstrip and the ground plane is 'S'. The microstrip is labeled with '1', '2', '3', and '4' at different points along its length.

Component Parameters

Freq: 10.000 GHz

Values are consistent

耦合微带线的定向耦合效应

20

定向耦合效应是指：

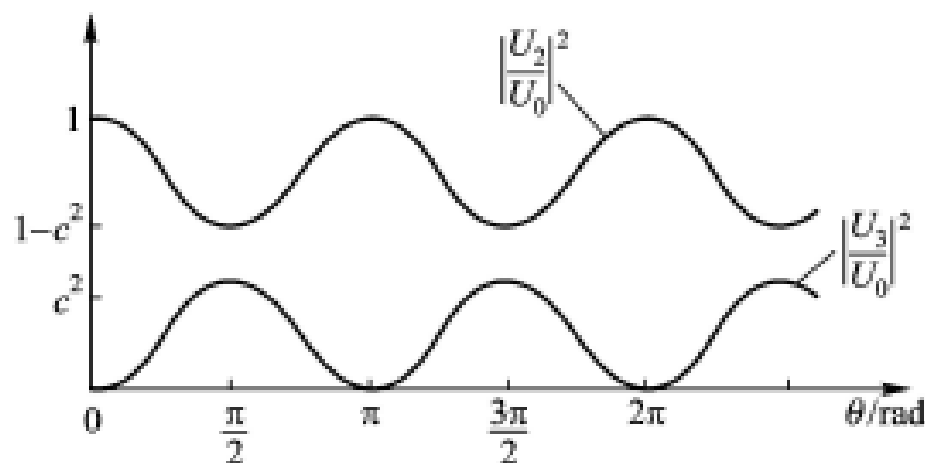
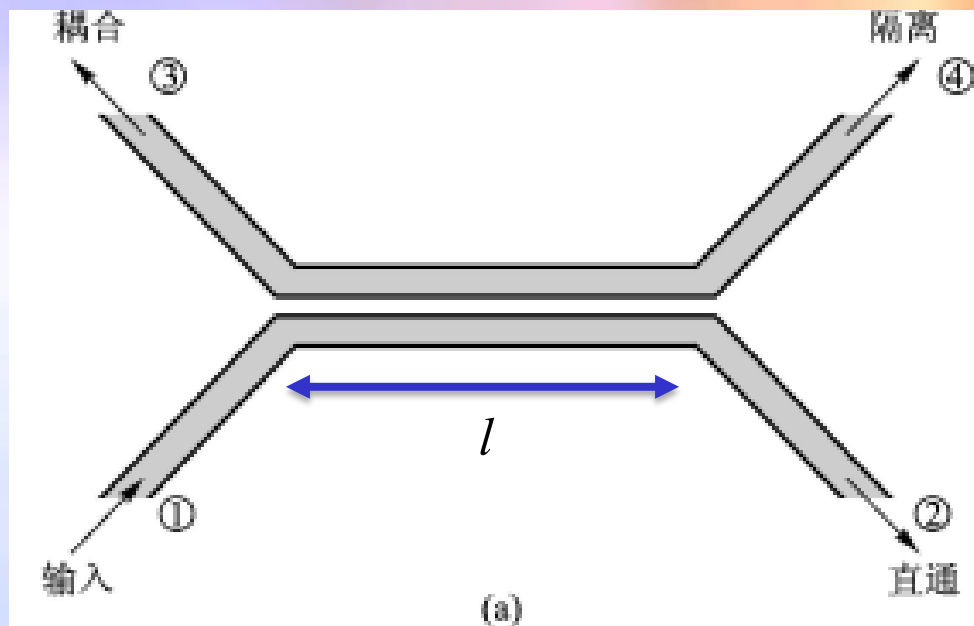
四个端口都处匹配条件下，从端口①输入的信号除了直通到端口②外，还耦合到端口③，但端口④在理想情况下没有信号耦合输出，即端口④与端口①隔离。体现耦合的定向性。

我们关心的是：

耦合器的耦合端和直通端功率与耦合段电长度关系

$$\left| \frac{U_3}{U_1} \right|^2 \sim \theta \text{ 关系} \quad \left| \frac{U_2}{U_1} \right|^2 \sim \theta \text{ 关系}$$

$\theta = \beta l$ 为耦合段相移，假设奇模、偶模的传播常数 β 一样。



3. $\theta = \pi/2$ 时

$$P_{in} = |U_0|^2/2Z_0, \quad P_2 = (1-C^2) |U_0|^2/2Z_0,$$

$$P_3 = |C|^2 |U_0|^2/2Z_0, \quad P_4 = 0,$$

使得 $P_{in} = P_2 + P_3 + P_4$ 。

各端口都跟50Ω标准微带线连接。2w长的过渡段，用于阻抗匹配。

耦合端口与直通端口电压间有90°相移。

4. 两个主要参数

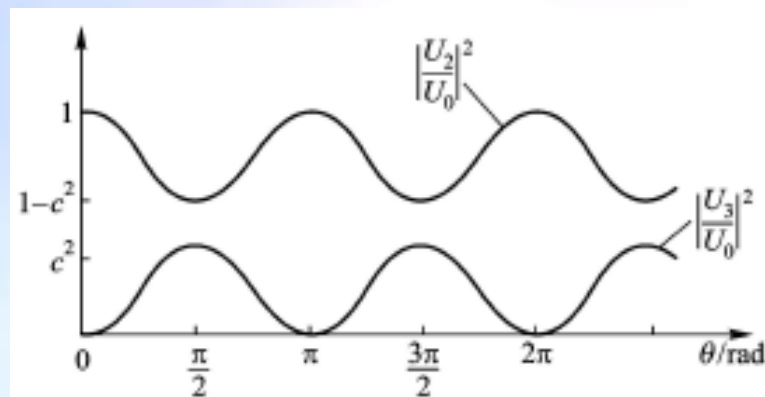
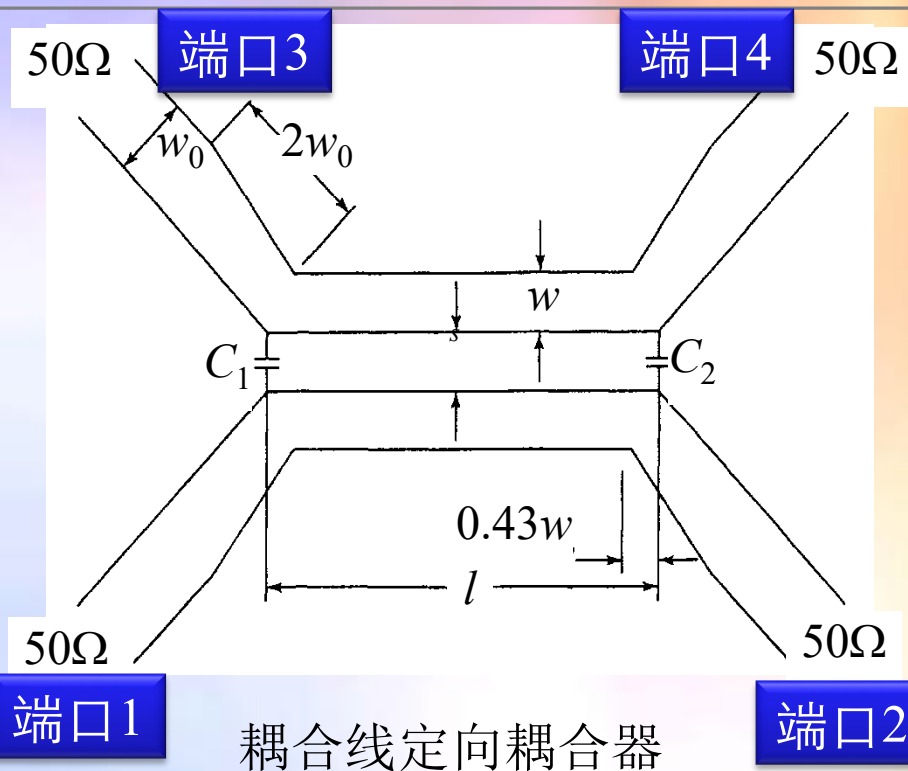
$$\text{耦合系数 (dB)} = 10\lg\left(\frac{P_1}{P_3}\right) = 10\lg\left(\frac{1}{C^2}\right)$$

$$\text{方向性 (dB)} = 10\lg\left(\frac{P_3}{P_4}\right)$$

为补偿耦合微带线获得相同的偶模和奇模相速，可以在耦合线两端并联电容 C_1 、 C_2 ，对偶模并联电容不起作用，对奇模相移有影响，其增加的相移 $\Delta\theta_0$ 为

$$\Delta\theta_0 = 2\pi f_0 (C_1 + C_2) Z_{eo}$$

式中， f_0 是中心频率。



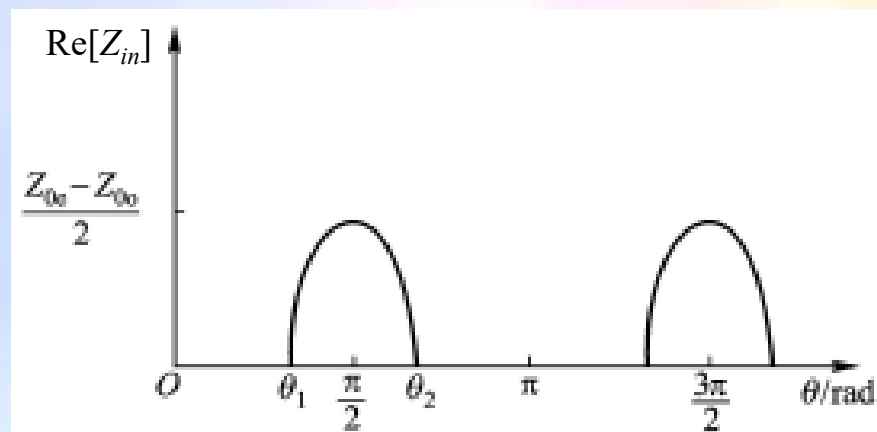
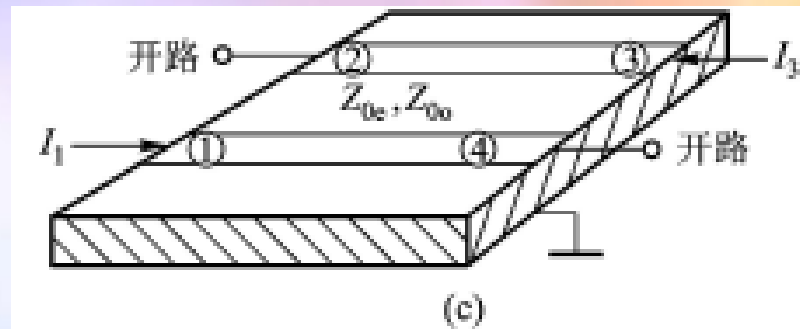
耦合线段的4个端口，信号从端口①输入，端口③输出，另两个端口不是开路就是短路（一般是开路，开路容易实现）。所以耦合线段就成为二端口网络。

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{13}I_3$$

$$U_3 = Z_{31}I_1 + Z_{33}I_3$$

该二端口网络的频率响应就是耦合线段的频率响应。

对于 $\lambda/4$ 耦合线段（端口②与④开路）， $\text{Re}[Z_{in}] > 0$ 的区域，信号可通过，是通带，其余是止带。

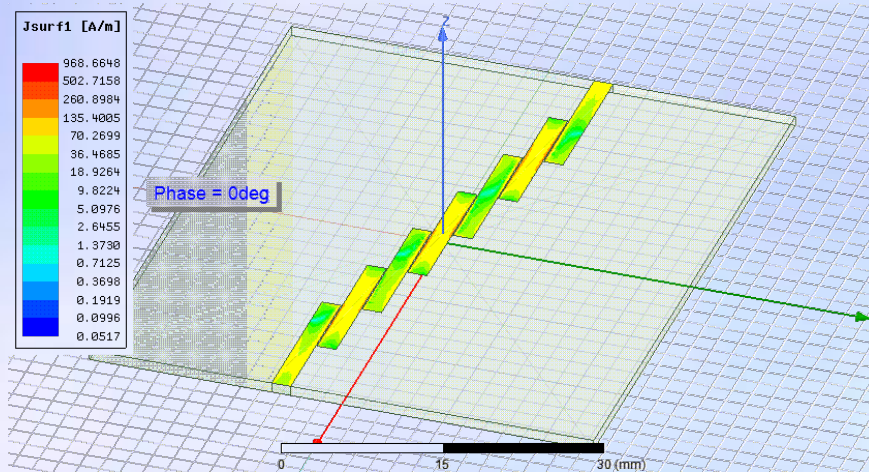
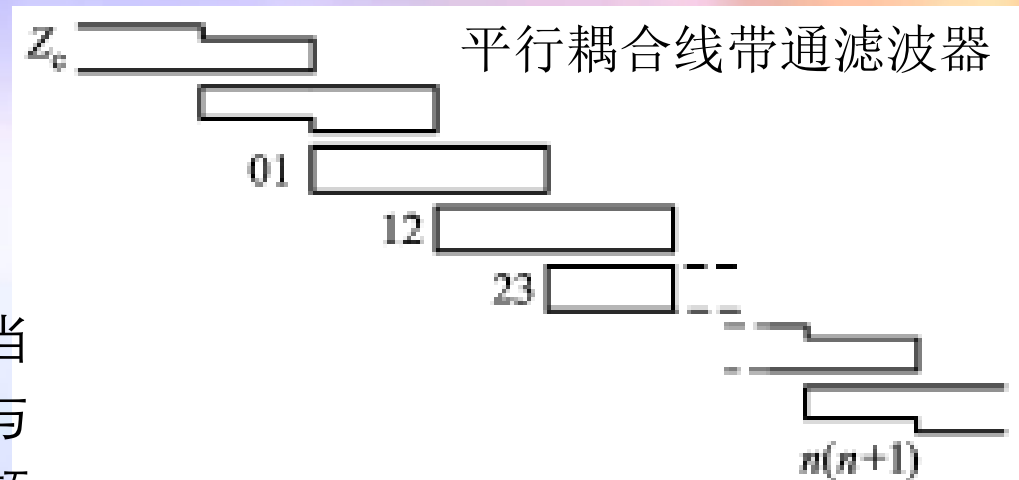


频率响应

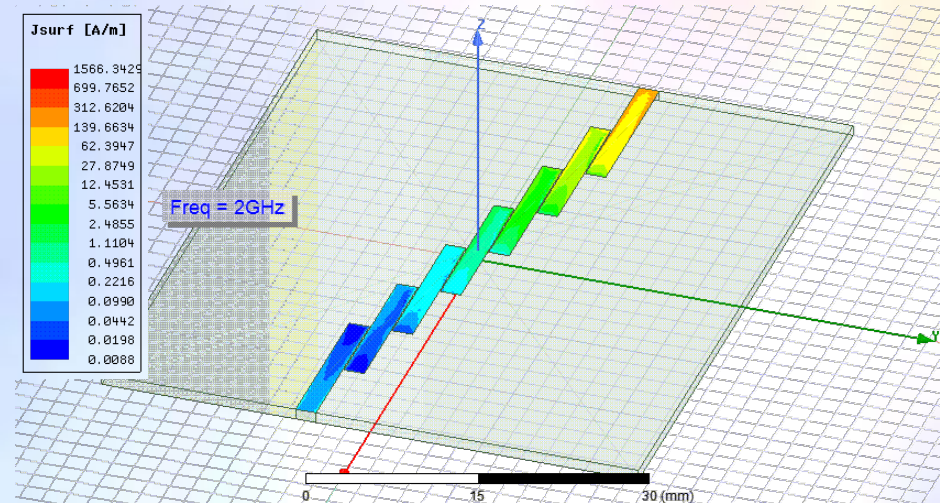
平行耦合线带通滤波器

利用 $\lambda/4$ 开路耦合线段的频率响应，将 n 个 $\lambda/4$ 开路耦合线段级联就得微带结构的带通滤波器。

利用滤波器的综合设计理论，适当调整每一级的偶、奇模特征阻抗与每一节电长度，可以得到要求的频率响应或功率插入损耗特性。



Mag vs phase



Complexmag vs Freq

耦合线段的频率响应奇、偶模分析

29

定义耦合线上的端口电压、电流，奇模和偶模的电压、电流

$$\begin{array}{c}
 + U_1^e = \frac{U_1 + U_2}{2} \rightarrow I_1^e = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad I_2^e = \frac{I_4 + I_3}{2} \leftarrow + U_2^e = \frac{U_4 + U_3}{2} \\
 \xrightarrow{I_1} \quad \quad \quad \xleftarrow{I_4} \\
 + U_1^o = \frac{U_1 - U_2}{2} \rightarrow I_1^o = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad I_2^o = \frac{I_4 - I_3}{2} \leftarrow + U_2^o = \frac{U_4 - U_3}{2} \\
 \\
 + U_1^e = \frac{U_1 + U_2}{2} \rightarrow I_1^e = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad I_2^e = \frac{I_4 + I_3}{2} \leftarrow + U_2^e = \frac{U_4 + U_3}{2} \\
 \xrightarrow{\quad} \quad \quad \quad \xleftarrow{\quad} \\
 - U_1^o = \frac{U_1 - U_2}{2} \leftarrow I_1^o = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad I_2^o = \frac{I_4 - I_3}{2} \rightarrow - U_2^o = \frac{U_4 - U_3}{2}
 \end{array}$$

定义变换矩阵 T_e 和 T_o

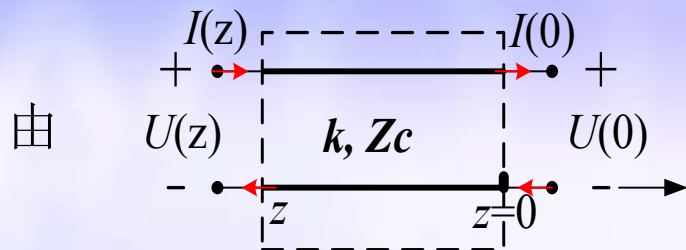
$$T_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad T_o = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

偶模电压
电流变换

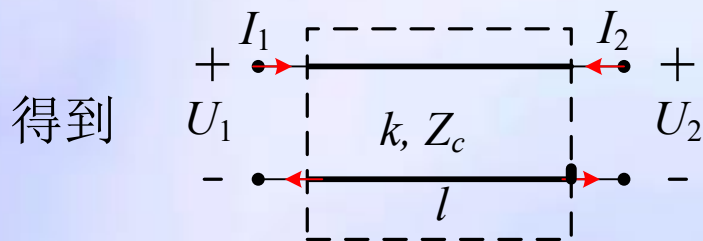
$$\begin{bmatrix} U_1^e \\ U_2^e \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_1^e \\ I_2^e \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

奇模电压
电流变换

$$\begin{bmatrix} U_1^o \\ U_2^o \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_1^o \\ I_2^o \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} U(z) \\ I(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kz) & -jZ_c \sin(kz) \\ -jY_c \sin(kz) & \cos(kz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix}$$



的阻抗矩阵为 $Z = \frac{-jZ_c}{\sin \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & 1 \\ 1 & \cos \theta \end{bmatrix}$
 $\theta = kl$

偶模阻抗矩阵

$$[Z_e] = \frac{-jZ_e}{\sin \theta_e} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & 1 \\ 1 & \cos \theta_e \end{bmatrix}$$

$$\theta_e = k_e l$$

奇模阻抗矩阵

$$[Z_o] = \frac{-jZ_o}{\sin \theta_o} \begin{bmatrix} \cos \theta_o & 1 \\ 1 & \cos \theta_o \end{bmatrix}$$

$$\theta_o = k_o l$$

偶模

$$\begin{bmatrix} U_1^e \\ U_2^e \end{bmatrix} = [Z_e] \begin{bmatrix} I_1^e \\ I_2^e \end{bmatrix}$$

奇模

$$\begin{bmatrix} U_1^o \\ U_2^o \end{bmatrix} = [Z_o] \begin{bmatrix} I_1^o \\ I_2^o \end{bmatrix}$$

带入

$$\begin{bmatrix} U_1^e \\ U_2^e \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1^e \\ I_2^e \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1^o \\ U_2^o \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1^o \\ I_2^o \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

得到

耦合线的Z矩阵

$$\begin{bmatrix} T_e \\ T_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_e T_e \\ Z_o T_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \Rightarrow [Z] = \begin{bmatrix} T_e \\ T_o \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_e T_e \\ Z_o T_o \end{bmatrix} = \frac{1}{2j} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{12} & Z_{11} & Z_{14} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{14} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{14} & Z_{13} & Z_{12} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} = Z_e \cot \theta_e + Z_o \cot \theta_o \quad Z_{13} = Z_{31} = Z_{24} = Z_{42} = Z_e \csc \theta_e - Z_o \csc \theta_o$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_{34} = Z_{43} = Z_e \cot \theta_e - Z_o \cot \theta_o \quad Z_{14} = Z_{41} = Z_{23} = Z_{32} = Z_e \csc \theta_e + Z_o \csc \theta_o$$

当耦合线在均匀介质中，如带状线耦合线， $\theta_e = \theta_o = \theta$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} = (Z_e + Z_o) \cot \theta$$

$$Z_{13} = Z_{31} = Z_{24} = Z_{42} = (Z_e - Z_o) \csc \theta$$

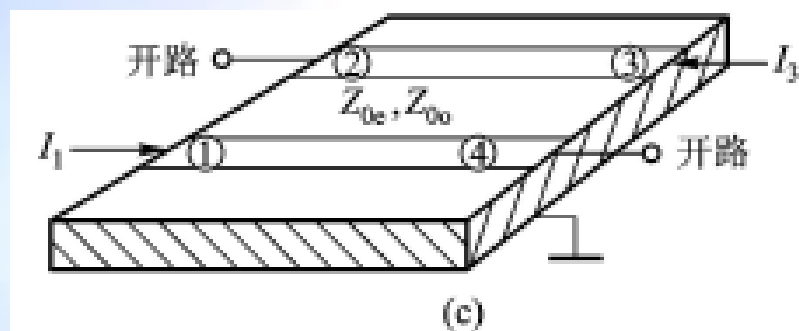
$$Z_{12} = Z_{21} = Z_{34} = Z_{43} = (Z_e - Z_o) \cot \theta$$

$$Z_{14} = Z_{41} = Z_{23} = Z_{32} = (Z_e + Z_o) \csc \theta$$

端口2和端口4开路， $I_2 = I_4 = 0$ ，得到

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2j} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{12} & Z_{11} & Z_{14} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{14} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{14} & Z_{13} & Z_{12} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2j} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_3 \end{pmatrix}$$



耦合线段的频率响应

对于任意双端口网路Z矩阵

$$Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_L} \rightarrow \begin{array}{c} + I_1 \\ U_1 \\ - \end{array} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{array}{c} I_2 \\ Z_L \\ U_2 \\ - \end{array}$$

如果从两个端口看进去的输入阻抗都等于端口连接的负载阻抗 $Z_{in} = Z_L$

$$Z_{in} = \frac{1}{2} \sqrt{Z_{13}^2 - Z_{11}^2} = \frac{1}{2|\sin \theta|} \sqrt{(Z_e - Z_o)^2 - (Z_e + Z_o)^2 \cos^2 \theta}$$

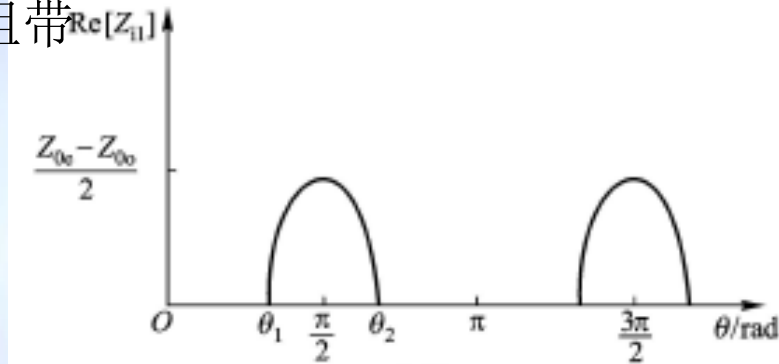
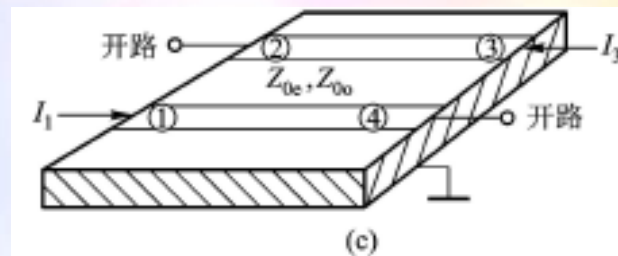
■ 当耦合线段长度 $\rightarrow \lambda/4$ ($\theta \rightarrow \pi/2$) $\theta = kl = \frac{\omega}{v}l$

$$Z_{in} \approx \frac{Z_e - Z_o}{2} \quad \text{纯电阻, 1、3端口反射小} \rightarrow \text{通带}$$

■ 当 $\theta \rightarrow 0$ 或 π $Z_{in} \approx j \frac{\sqrt{Z_e Z_o}}{|\sin \theta|}$ 纯电感, 1、3端口反射大 $\rightarrow$ 阻带

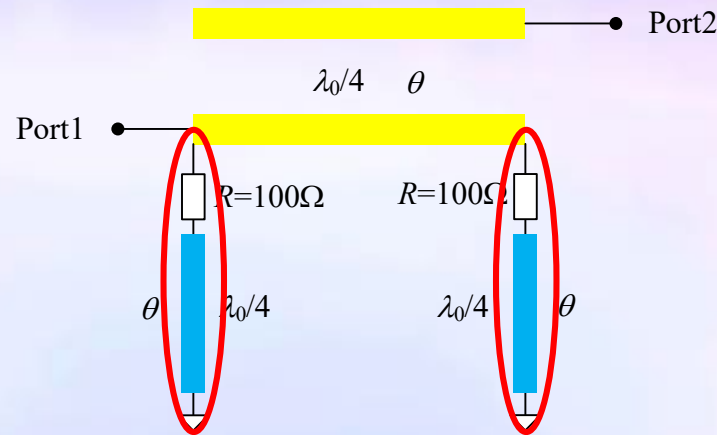
截止频率由下式表示

$$\cos \theta_1 = -\cos \theta_2 = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$$



吸波型带通滤波器

在传统四分之一波长带通滤波器上加上两个四分之一波长短路枝节和100Ohm电阻



工作原理：

- 通带时， $\theta=\pi/2$ ，短路端经过枝节变换为开路，对BPF无影响；
- 阻带时， $\theta=0,\pi\dots$ ，短路端经过枝节变换为短路，相对于在BPF两端连接100Ohm的电阻。两个电阻并联为一个50Ohm电阻，使得Port1匹配无反射。

复习要点

- 由于介质填充的不均匀，微带线不支持纯TEM模，微带线传播的是准TEM模。微带线的工程分析都应用准TEM模近似。
- 耦合微带线任何一种激励都可分解成奇模与偶模激励的组合，因此对耦合微带线的分析可简化到对偶模、奇模激励问题的分析，这就是耦合微带线的奇、偶模分析。
- 耦合微带线的耦合特性、滤波特性是以耦合微带线为基础的定向耦合器、滤波器的理论基础，要好好理解掌握。

复习范围

6.7